EL TEOREMA INTEGRAL DE CHOQUET

EXPOSITOR: MARTÍN MAZZITELLI & RENÉ ELENCWAJG

SEPTEMBER 2011

Parte 1:

En espacios de dimensión finita, un clásico resultado de Minkowski afirma que los elementos de un conjunto K compacto y convexo, pueden escribirse como combinación convexa (finita) de sus puntos extremales. En dimensión infinita, el teorema de Krein-Milman nos dice que K es la cápsula convexa cerrada del conjunto de sus puntos extremales. Veremos que es posible reformular este resultado de la siguiente manera: dado un elemento x en K existe una medida de probabilidad que lo representa (es decir, cuyo "centro de masa" es x) y que está soportada en la clausura de los puntos extremales. Veremos, además, la caracterización de Bauer de aquellas medidas que representan a los puntos extremales de un compacto convexo y esto nos permitirá demostrar una especie de recíproca de Krein-Milman.

Parte 2:

Teniendo en cuenta la formulación integral de Krein-Milman, el teorema de Choquet resulta una clara generalización. Este último afirma que cada elemento de un subconjunto K compacto, convexo y metrizable de un espacio real localmente convexo, está representado por una medida de probabilidad soportada en el conjunto de los puntos extremales de K (en lugar de su clausura). Demostraremos este teorema de representación integral y como corolario del mismo probaremos un resultado del celebérrimo Rainwater, que afirma que una sucesión acotada $(x_n)_n$ en un espacio de Banach converge débil a x si y sólo si $x^*(x) = \lim_n x^*(x_n)$ para cada punto extremal x^* de la bola del dual.