Estudio del radio de Bohr mixto.

En el pasado muchos autores estudiaron varias versiones de un problema propuesto por Harald Bohr. El problema consiste en decidir cual es el mayor radio $r > 0$ de forma que para cualquier función entera de una variable $f = \sum_{m \geq 0} c_m z^m$ valga

$$\sup_{|z| \leq r} \sum_{m \geq 0} |c_m z^m| \leq \sup_{|z| \leq 1} \Big| \sum_{m \geq 0} c_m z^m \Big|,$$

Este es el conocido radio de Bohr para funciones enteras en una variable compleja. El estudio de este problema y sus generalización a varias variables y diferentes geometrías ha sido muy fructífero involucrando varias herramientas del análisis funcional, análisis complejo y algunas de la teoría analítica de números.

En esta oportunidad presentaré el estudio que hemos hecho junto a Daniel Galicer y Santiago Muro acerca de una versión de este problema que mezcla dos geometrías, contaré las estrategias utilizadas y los resultados obtenidos. Siendo más concreto $K(B_{\ell_p^n}, B_{\ell_q^n})$ será el radio de Bohr (p,q)-mixto para funciones holomorfas sobre $\mathbb{C}^n$. Esto es, $K(B_{\ell_p^n}, B_{\ell_q^n})$ denotará la mayor constante $r \geq 0$ de forma que toda función entera $f(z) = \sum_\alpha c_\alpha z^\alpha$ en n variables complejas, tenemos la siguiente desigualdad del tipo de Bohr (mixta)

$$\sup_{z \in r \cdot B_{\ell_q^n}} \sum_\alpha |c_\alpha z^\alpha| \leq \sup_{z \in B_{\ell_p^n}} |f(z)|,$$

donde $B_{\ell_r^n}$ denota la bola unidad cerrada del espacio n-dimensional ℓ_r^n.

Para cada $1 \leq p, q \leq \infty$, exhibimos el comportamiento asintótico exacto del radio de Bohr (p,q)-mixto n dimensional cuando el número de variables (n) va a infinito.