Estudio del radio de Bohr-Dirichlet para el caso de l_p

23 de mayo de 2015

A principios del siglo pasado Harald Bohr estudia el problema de encontrar el mayor $0 < r < 1$ de forma tal que

$$\sup_{|z|\leq r} \sum_{k\leq 1} |a_k z^k| \leq \sup_{|z|\leq 1} |\sum_{k\leq 1} a_k z^k|$$

para toda serie convergente. Bohr encontró que $r = \frac{1}{3}$ serviría y luego M. Riesz y F. Wiener lograron probar su optimalidad. El problema fue generalizado a travéz de los años por varios autores, dado un espacio de Banach X de dimensión finita, se buscaba entonces el supremo de los $0 \leq r \leq 1$ tales que

$$\sup_{z\in rB_X} \sum_{\alpha} |a_\alpha z^\alpha| \leq \sup_{z\in B_X} |\sum_{\alpha} a_\alpha z^\alpha|,$$

para toda función analítica en B_X. El supremos sobre los $0 < r < 1$ que cumplen dicha condición se denomina radio de Bohr. El estudio de este tipo de problemas se pudo resolver gracias al estudio de las constantes de incondicionalidad de los espacios -dde polinomios sobre X $\mathcal{P}(X)$. Por otro lado existen la series de Dirichlet, funciones de la forma

$$f(s) = \sum_{n\geq 1} a_n n^{-s}.$$

A partir de su estudio se llega a un problema totalmente análogo al anterior. Estudiando ahora el mismo tipo de desigualdades pero no sobre todas las funciones analíticas si no sobre un espacio de polinomios muy particulares, dando lugar a lo que se conoce como el radio de Bohr-Dirichlet. Esto lleva a estudiar constantes de incondicionalidad de esos espacios tan particulares. En la charla intentaremos aclarar estas ideas y mostrar, mediante técnicas propias del cálculo de constante de inconcionalidad, el comporatamiento asintótico del radio de Bohr-Dirichlet cuando $X = l_p^n$.