Cuerpos centralmente simétricos y símplices dentro de un cuerpo convexo

Daniel Galicer

Sea $K \subset \mathbb{R}^n$ un cuerpo convexo con baricentro en el origen. En esta charla mostraremos que existe un cuerpo centralmente simétrico Q dentro de K con "volumen grande" que se escribe como combinación convexa de *mismos* $(n+1)$ puntos de K. Precisamente, existe $Q \subset \operatorname{conv}(X_1, X_2, \ldots, X_{n+1}) \subset K$ tal que

$$\left(\frac{\operatorname{vol}(Q)}{\operatorname{vol}(K)}\right)^{1/n} \geq \frac{c}{\sqrt{n}},$$

donde $c > 0$ es una constante independiente de n. Esta estimación para el *"volume ratio"* (salvo la constante absoluta $c > 0$) resulta ajustada.

Esto es consecuencia del siguiente resultado más general de naturaleza probabilística: si K está en posición isotrópica y $X_1, \ldots, X_n$ son variables aleatorias independientes uniformemente distribuidas en K, entonces con probabilidad alta (mayor que $1 - e^{-n}$) existe un punto explícito $X_{n+1} \in K$ (que depende de $X_1, \ldots, X_n$) y un cuerpo centralmente simétrico $Q \subset \operatorname{conv}(X_1, \ldots, X_{n+1}) \subset K$ tal que $\operatorname{vol}(Q)$ es mayor o igual que $\frac{c^n L_K^n}{n^{n/2}}$, donde L_K denota la constante de isotropía de K.

Esto es parte de un trabajo en conjunto con Mariano Merzbacher y Damián Pinasco.