OPERADORES DE COMPOSICIÓN Y SUPERPOSICIÓN EN $\mathcal{H}_+$

EXPOSITOR: TOMÁS FERNÁNDEZ VIDAL

23/10/2019

El espacio de series de Dirichlet $\mathcal{H}_+$ se define por aquellas series $D = \sum a_n n^{-s}$ tal que para todo $\varepsilon > 0$ la serie $D_\varepsilon = \sum \frac{a_n}{n^\varepsilon} n^{-s}$ pertenece al espacio de Hardy $\mathcal{H}_p$ para algún, y por lo tanto para todo, $1 \leq p < \infty$. Este espacio, considerado con la familia de seminormas $\{|| \cdot ||_{p,k}\}$, dada por $||D||_{p,k} = ||D_{\frac{1}{k}}||_p$, resulta un espacio Fréchet-Schwartz.

Una función $\Phi : \mathbb{C}_\theta \to \mathbb{C}_\mu$ se dice que genera un operador de composición en $\mathcal{H}_+$ si $C_\Phi(D) = D \circ \Phi$ es una serie de Dirichlet para toda $D \in \mathcal{H}_+$. Estudiaremos bajo qué condiciones el operador $C_\Phi : \mathcal{H}_+ \to \mathcal{H}_+$ resulta un operador continuo y para cuáles es acotado.

A su vez, una función $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ genera un operador de superposición en $\mathcal{H}_+$ si $S_f(D) = f \circ D$ es una serie de Dirichlet. Veremos qué tipo de funciones generan operadores de superposición $S_f : \mathcal{H}_+ \to \mathcal{H}_+$ y que no toda función entera lo genera.