

ANÁLISIS FUNCIONAL CON Y SIN EL AXIOMA DE ELECCIÓN

EXPOSITOR: CHRISTIAN ESPÍNDOLA

AUGUST 2011

En estas charlas estudiaremos resultados relativos al rol del axioma de elección en el análisis funcional. Comenzaremos mostrando distintos teoremas equivalentes al axioma de elección. En particular, presentaremos una versión geométrica del mismo según la cual hay una biyección entre las funciones de elección en una familia de conjuntos y los extremales de la bola del dual de un cierto espacio normado construido a partir de dicha familia. Describiremos también un modelo de la teoría de conjuntos con suficiente elección (más precisamente, un modelo de la teoría de Zermelo-Fraenkel sumada al axioma de elección dependiente) y probaremos que allí ℓ_1 y ℓ_∞ resultan ser reflexivos. Exhibiremos también dentro del modelo una cierta cantidad de espacios patológicos: espacios normados separables que no satisfacen el teorema de Hahn-Banach, espacios infinito-dimensionales cuyos duales son triviales o espacios normados que admiten subespacios sin complemento algebraico. Finalmente, estudiaremos distintas nociones de reflexividad que son equivalentes bajo el axioma de elección pero que, en otros modelos de la teoría de conjuntos, dejan de serlo.