El teorema de las series de potencias de Bohr en dimensión alta

En [1], Harald Bohr probó su "teorema de la serie de potencias", que dice que para toda serie de potencias definida en el disco complejo se tiene la siguiente desigualdad:

$$\sup_{|w|\leq\frac{1}{3}} \sum_{k=1}^{\infty} |a_k|\,|w|^k \leq \sup_{|z|\leq 1} \left| \sum_{k=1}^{\infty} a_k z^k \right|.$$

Además, el "radio" 1/3 es óptimo. Este resultado fue una consecuencia del estudio de Bohr de las regiones de convergencia uniforme pero no absoluta de una serie de Dirichlet.

Desde entonces, diversos autores han intentado obtener el radio óptimo r_n para series de potencias en n variables. En [2,3], casi 100 años más tarde, se obtiene el comportamiento asintótico correcto del "radio de Bohr n-dimensional", es decir, del r_n óptimo para la desigualdad análoga en $\mathbb{C}^n$ (con la norma supremo en [2] y con la norma p, $1 \leq p \leq \infty$, en [3]). Esto permitió resolver diversos problemas sobre varias variables complejas, series de Dirichlet y análisis armónico.

En estas charlas veremos una demostración del resultado principal de [3], que es una notable combinación de técnicas de análisis complejo, teoría de probabilidad y teoría local de espacios de Banach.

[1] H. Bohr. A theorem concerning power series. Proc. London Math. Soc., 13:1-5, 1914.

[2] A. Defant, L. Frerick, J. Ortega-Cerdà, M. Ounaïes, K. Seip. The Bohnenblust-Hille inequality for homogeneous polynomials is hypercontractive. Ann. Math. (2) 174, No. 1, 485-497, 2011.

[3] A. Defant and L. Frerick. The Bohr radius of the unit ball of ‘ ℓ_p^n. J. reine angew. Math., 660:131-147, 2011.