# SUPERFICIES RACIONALES ANTICANÓNICAS Y SOLITONES MATRICIALES ELÍPTICOS DE KDV

RESUMEN, JUNIO 2015

Sean $L = \partial_x^2 + U$ y $M = \partial_x^3 + \frac{3}{2}U\partial_x + W$, dos operadores diferenciales, donde $U(x,t)$ y $W(x,t)$ son funciones a valores matrices cuadradas de orden $d$ ($d \geq 2$). La ecuación de Zakharov-Shabat $[\partial_t - M, L] = 0$ es equivalente a las ecuaciones

$$W = \frac{3}{4}U_x \quad \text{et} \quad 0 = U_t - U_{xxx} - \frac{3}{2}UU_x + W_{xx} + [U,W].$$

Eliminando $W$ se obtiene la ecuación matricial de KdV:

$$U_t + \frac{1}{4}(3U.U_x + 3U_x.U - U_{xxx}) = 0.$$

Llamamos solitones elípticos $d\times d$-matriciales de KdV a las soluciones doblemente periódicas en $x$ de esta ecuación. Según I. Krichever (*Integration of nonlinear equations by the methods of algebraic geometry*, Funct. Anal. & Appl. (1977), **11**, Issue 1, pp. 12-26) dichas soluciones pueden obtenerse en términos de la función theta de una curva hiperelíptica $\Gamma$, equipada con una proyección $\pi : \Gamma \to X$ de tipo particular sobre una curva elíptica $X$. Estos revestimientos son llamados hiperelípticos $d$-tangenciales ya que satisfacen una condición de tangencia entre $\Gamma$ y $X$ dentro de la variedad jacobiana $Jac\Gamma$.

La resolución del problema geométrico correspondiente pasa por la introducción y estudio detallado de una superficie algebraica $S_X$ naturalmente asociada a $X$. Esta superficie se distingue por ser racional y poseer un divisor anticanónico efectivo, así como una familia infinita de curvas excepcionales a partir de las cuales se construyen todos los revestimientos hiperelípticos 1-tangenciales y correspondientes solitones elípticos escalares de KdV.

En la charla presentaremos algunos resultados parciales para el caso matricial. De hecho obtenemos, por intermedio de la misma superficie $S_X$ y para todo $d \geq 2$, los resultados siguientes:

(1) existe una familia infinita de sistemas lineales de $S_X$ de género aritmético $[\frac{d-1}{2}]$ y dimensión $d - 1 + [\frac{d-1}{2}]$;
(2) en cada uno de ésos sistemas lineales existe al menos un divisor (irreducible) con singularidades en $[\frac{d-1}{2}]$ puntos (genéricos) de $S_X$;
(3) sus variedades de Severi son no vacías de dimensión $d - 1$ y a cada uno de sus elementos se le puede asociar un revestimiento hiperelíptico $d$-tangencial de género arbitrariamente grande.