Consideramos la siguiente ecuación:

$$\begin{cases} -\Delta_{p(x)}u = f(x,u) & \text{in } \Omega \\ u = 0 & \text{on } \partial\Omega. \end{cases} \tag{1}$$

Donde $p(x)$-Laplaciano es definido por $\Delta_{p(x)}u := \operatorname{div}(|\nabla u|^{p(x)-2}\nabla u)$.

Estamos interesados en probar la existencia de soluciones para el caso en que $f \sim |u|^{q^*(x)}$ donde q^* es el exponente crítico de la inclusión de Sobolev

$$W^{1,p(x)}(\Omega) \subset L^{q(x)}(\Omega).$$

La herramienta utilizada para resolver este problema en el caso p constante fue el Principio de compacidad por concentración de P.L.Lions[1]

En la primera charla, se expondrá un trabajo realizado junto con Julián Fernández Bonder, que generaliza el Principio de compacidad por concentración a los espacios de exponente variable.

En la segunda charla, se expondrá como podemos aplicar este principio para encontrar soluciones del problema (1).

Finalmente, se comentará un trabajo en preparación junto con Julian Fernández Bonder y Nicolas Santier, en el cual como aplicación del principio de compacidad por concentración, estudiaremos la existencia de extremales para la desigualdad de inmersión de Sobolev

$$S\|u\|_{L^{q(x)}(\Omega)} \leq \|\nabla u\|_{L^{p(x)}(\Omega)}$$

donde el exponente $q(x)$ verifica $1 < q_- \leq q(x) \leq p^*(x) := np(x)/n - p(x)$.

Referencias

[1] P.L. Lions. *The concentration–compactness principle in the calculus of variations.* The limit case, part 1, Rev. Mat. Iberoamericana. Vol. 1 No.1 (1985), 145–201.