

# *¿Es mejor llegar al aeropuerto con tiempo?*

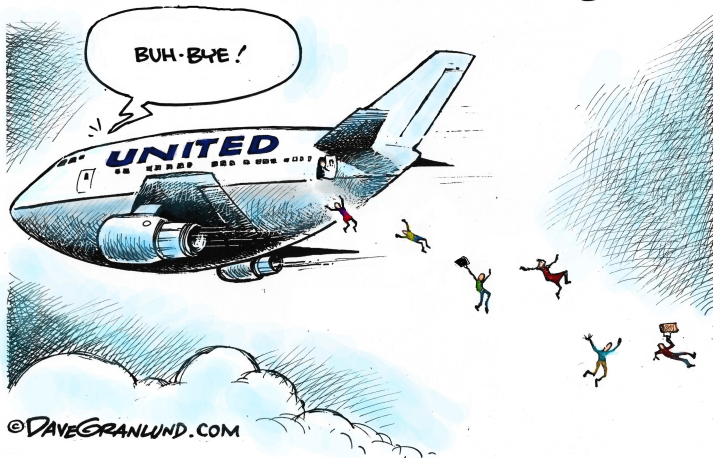
Carolina A. Mosquera

FCEyN, Universidad de Buenos Aires  
IMAS-CONICET.

Semana de la Matemática 2017

- Presentación.
- ¿Qué es el overbooking?
- ¿Es legal?
- ¿Es mejor llegar al aeropuerto con tiempo?

## When United Airlines overbooks a flight...



- *El domingo 9 de abril la aerolínea United Airlines expulsó violentamente a un pasajero de un avión.*

@United overbook #flight3411 and decided to force random passengers off the plane. Here's how they did it



- Los hechos tuvieron lugar en un vuelo interno de Chicago a Louisville, cuando el personal de la aerolínea pidió “cuatro voluntarios” para ceder su asiento a cambio de 400 dólares, una noche de hotel y un nuevo billete para el día siguiente.
- Al no salir ningún voluntario, se duplicó su oferta hasta los 800 dólares, pero tampoco así se logró convencer a nadie, por lo que la aerolínea eligió de forma aleatoria a los pasajeros.
- Tres de ellos abandonaron voluntariamente el avión, pero el cuarto se negó a hacerlo, diciendo que era médico y tenía pacientes esperándole a la mañana siguiente. Sin escuchar razones, miembros de seguridad de United Airlines lo obligaron por la fuerza a salir de su asiento, arrastrándolo por el avión.

- Presentación. ✓
- ¿Qué es el overbooking?
- ¿Es legal?
- ¿Es mejor llegar al aeropuerto con tiempo?

## ¿Qué es el overbooking o sobreventa?

**Overbooking o sobreventa** de pasajes significa vender más billetes que plazas disponibles (en el avión).

### ¿Por qué?

Las empresas buscan ocupar la mayor cantidad de asientos posible de manera que el tramo sea rentable.

Siempre hay pasajeros que compran un billete pero no se presentan al embarque (**no-show**).

Para evitar volar con esos asientos vacíos la aerolínea sobrevende el vuelo.

## ¿Cuánto sobrevender?

El objetivo del control del overbooking es encontrar el nivel óptimo de sobreventa para lograr el máximo ingreso y minimizar el riesgo potencial por negar un servicio.

### Riesgos:

- costo del ticket en otro vuelo de igual categoría o superior
- traslados y noche/s de hotel
- penalizaciones económicas impuestas por el Estado o derivadas de contratos firmados
- pérdida de imagen asociada a la mala recomendación generada a través de clientes insatisfechos



Las empresas usan nociones de **probabilidad y estadística** para determinar exactamente cuántos asientos se pueden sobrevender en cada caso.

**Predecir en cada ruta:**

- cantidad de no-shows
- cantidad de tickets que se pueden vender (sobrevender)
- cantidad de walk-ins

## Factores:

- itinerario del vuelo (tipo de destino/escalas/tipo y tiempo de conexión)
- tipo de vuelo (low cost o no)
- precio del vuelo
- temporada
- día de la semana y horario
- aeropuerto de salida del vuelo
- ...

## Ejemplo:

Supongamos que una pequeña compañía aérea planea un viaje con un avión de 20 asientos, y que cada billete sale \$7520.

¿Cuánto sobrevender?

- La empresa podría simplemente vender 20 tickets

Ingresos=  $20 \times \$7520 = \$150400$

- La empresa podría vender  $n$  tickets con  $(n \geq 20)$  con el objeto de obtener una mayor ganancia

$n=?$

Supongamos que, según las estadísticas, el 90 % de los pasajeros llegarán a embarcar (10 % de no-shows).

La “decisión” de no-show de cada pasajero es independiente de los demás.

La indemnización que la empresa le da a cada pasajero que no puede embarcar es \$4500.

- Si se venden 20 billetes, la probabilidad de que embarquen 1, 2, 3, ... pasajeros es:

Nro de pasajeros que embarcan	Probabilidad
1	$1,8 \cdot 10^{-18}$
2	$1,539 \cdot 10^{-16}$
3	$8,3106 \cdot 10^{-15}$
4	$3,1788 \cdot 10^{-13}$
5	$9,15496 \cdot 10^{-12}$
6	$2,05987 \cdot 10^{-10}$
7	$3,70776 \cdot 10^{-9}$
8	$5,4226 \cdot 10^{-8}$
9	$6,50711 \cdot 10^{-7}$
10	$6,44204 \cdot 10^{-6}$
11	$5,27076 \cdot 10^{-5}$
12	0,000355776
13	0,001970454
14	0,008867045
15	0,031921361
16	0,089778828
17	0,190119871
18	0,285179807
19	0,270170344
20	0,121576655

- Si se venden 21 billetes, la probabilidad de que embarquen 1, 2, 3, ... pasajeros es:

Nro de pasajeros que embarcan	Probabilidad
1	$1,89 \cdot 10^{-19}$
2	$1,701 \cdot 10^{-17}$
3	$9,6957 \cdot 10^{-16}$
4	$3,92676 \cdot 10^{-14}$
5	$1,20159 \cdot 10^{-12}$
6	$2,88381 \cdot 10^{-11}$
7	$5,56164 \cdot 10^{-10}$
8	$8,75958 \cdot 10^{-9}$
9	$1,13875 \cdot 10^{-7}$
10	$1,22984 \cdot 10^{-6}$
11	$1,10686 \cdot 10^{-5}$
12	$8,30145 \cdot 10^{-5}$
13	0,000517244
14	0,002660113
15	0,011172476
16	0,037707108
17	0,099812932
18	0,199625865
19	0,283678861
20	0,255310975
21	0,109418989

- Si se venden 22 billetes, la probabilidad de que embarquen 1, 2, 3, ... pasajeros es:

Nro de pasajeros que embarcan	Probabilidad
1	$1,98 \cdot 10^{-20}$
2	$1,8711 \cdot 10^{-18}$
3	$1,12266 \cdot 10^{-16}$
4	$4,79937 \cdot 10^{-15}$
5	$1,555 \cdot 10^{-13}$
6	$3,96524 \cdot 10^{-12}$
7	$8,15707 \cdot 10^{-11}$
8	$1,3765 \cdot 10^{-9}$
9	$1,92711 \cdot 10^{-8}$
10	$2,25472 \cdot 10^{-7}$
11	$2,21372 \cdot 10^{-6}$
12	$1,82632 \cdot 10^{-5}$
13	0,000126437
14	0,000731531
15	0,00351135
16	0,01382594
17	0,04391769
18	0,109794226
19	0,208031165
20	0,280842072
21	0,240721776
22	0,09847709
21 22	0,339198866

- Si se venden 23 billetes, la probabilidad de que embarquen 1, 2, 3, ... pasajeros es:

Nro de pasajeros que embarcan	Probabilidad
1	$2,07 \cdot 10^{-21}$
2	$2,0493 \cdot 10^{-19}$
3	$1,29106 \cdot 10^{-17}$
4	$5,80977 \cdot 10^{-16}$
5	$1,98694 \cdot 10^{-14}$
6	$5,36474 \cdot 10^{-13}$
7	$1,17258 \cdot 10^{-11}$
8	$2,11064 \cdot 10^{-10}$
9	$3,16596 \cdot 10^{-9}$
10	$3,98911 \cdot 10^{-8}$
11	$4,24296 \cdot 10^{-7}$
12	$3,81867 \cdot 10^{-6}$
13	$2,90806 \cdot 10^{-5}$
14	0,000186947
15	0,001009513
16	0,004542809
17	0,016835115
18	0,0505344
19	0,11961792
20	0,215312255
21	0,276830043
22	0,226497308
23	0,088629381
21 22 23	0,591956731



Para hallar las probabilidades de cada caso se usa la **distribución binomial**

$$\begin{aligned}P(X = k) &= \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k} \\&= \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1 - p)^{n-k} \\&= \frac{1 \cdot 2 \cdots n}{(1 \cdot 2 \cdots k) \cdot (1 \cdot 2 \cdots (n-k))} p^k (1 - p)^{n-k}.\end{aligned}$$

$X$  = número de pasajeros que embarcan

$k = 1, \dots, 20$  ( $n = 20$ ),  $k = 1, \dots, 21$  ( $n = 21$ ),

$k = 1, \dots, 22$  ( $n = 22$ ),  $k = 1, \dots, 23$  ( $n = 23$ )

$p = 0,9$  “éxito”,  $1 - p = 0,1$  “fracaso”.

- Para el caso en que se venden 20 billetes,

$$\text{Ingresos} = 20 \times \$7520 = \$150400$$

- Para el caso en que se venden 21 billetes,

Ingresos =

$P(\text{"no vengan 21 pasajeros"}) \cdot (\text{Ingresos de la venta de 21 billetes}) +$

$P(\text{"vengan 21 pasajeros"}) \cdot (\text{Ingresos cuando vienen los 21 pasajeros})$

- Si se venden 21 billetes, la probabilidad de que embarquen 1, 2, 3, ... pasajeros es:

Nro de pasajeros que embarcan	Probabilidad
1	$1,89 \cdot 10^{-19}$
2	$1,701 \cdot 10^{-17}$
3	$9,6957 \cdot 10^{-16}$
4	$3,92676 \cdot 10^{-14}$
5	$1,20159 \cdot 10^{-12}$
6	$2,88381 \cdot 10^{-11}$
7	$5,56164 \cdot 10^{-10}$
8	$8,75958 \cdot 10^{-9}$
9	$1,13875 \cdot 10^{-7}$
10	$1,22984 \cdot 10^{-6}$
11	$1,10686 \cdot 10^{-5}$
12	$8,30145 \cdot 10^{-5}$
13	0,000517244
14	0,002660113
15	0,011172476
16	0,037707108
17	0,099812932
18	0,199625865
19	0,283678861
20	0,255310975
21	0,109418989

- Para el caso en que se venden 20 billetes,

$$\text{Ingresos} = 20 \times \$7520 = \$150400$$

- Para el caso en que se venden 21 billetes,

Ingresos =

$P(\text{"no vengan 21 pasajeros"}) \cdot (\text{Ingresos de la venta de 21 billetes}) +$

$P(\text{"vengan 21 pasajeros"}) \cdot (\text{Ingresos cuando vienen los 21 pasajeros})$

$$= (1 - 0,109418989) \times (21 \times \$7520) +$$

$$(0,109418989) \times (21 \times \$7520 - \$7520 - \$4500)$$

$$= \$156604,7838.$$

- Para el caso en que se venden 22 billetes,

Ingresos=

$P(\text{"no vengan 21 o 22 pasajeros"}) \cdot (\text{Ingresos de la venta de 22 billetes}) +$

$P(\text{"vengan 21 pasajeros"}) \cdot (\text{Ingresos cuando vienen los 21 pasajeros}) +$

$P(\text{"vengan 22 pasajeros"}) \cdot (\text{Ingresos cuando vienen los 22 pasajeros})$

- Si se venden 22 billetes, la probabilidad de que embarquen 1, 2, 3, ... pasajeros es:

Nro de pasajeros que embarcan	Probabilidad
1	$1,98 \cdot 10^{-20}$
2	$1,8711 \cdot 10^{-18}$
3	$1,12266 \cdot 10^{-16}$
4	$4,79937 \cdot 10^{-15}$
5	$1,555 \cdot 10^{-13}$
6	$3,96524 \cdot 10^{-12}$
7	$8,15707 \cdot 10^{-11}$
8	$1,3765 \cdot 10^{-9}$
9	$1,92711 \cdot 10^{-8}$
10	$2,25472 \cdot 10^{-7}$
11	$2,21372 \cdot 10^{-6}$
12	$1,82632 \cdot 10^{-5}$
13	0,000126437
14	0,000731531
15	0,00351135
16	0,01382594
17	0,04391769
18	0,109794226
19	0,208031165
20	0,280842072
21	0,240721776
22	0,09847709
21 22	0,339198866

- Para el caso en que se venden 22 billetes,

Ingresos=

$P(\text{"no vengan 21 o 22 pasajeros"}) \cdot (\text{Ingresos de la venta de 22 billetes}) +$

$P(\text{"vengan 21 pasajeros"}) \cdot (\text{Ingresos cuando vienen los 21 pasajeros}) +$

$P(\text{"vengan 22 pasajeros"}) \cdot (\text{Ingresos cuando vienen los 22 pasajeros})$

$$= (1 - 0,339198866) \times (22 \times \$7520) +$$

$$(0,240721776) \times (22 \times \$7520 - \$7520 - \$4500) +$$

$$(0,09847709) \times (22 \times \$7520 - (2 \times \$7520) - (2 \times \$4500))$$

$$= \$160179,135.$$

- Para el caso en que se venden 23 billetes,

Ingresos=

$P(\text{"no vengan 21, 22 o 23 pasajeros"}) \cdot (\text{Ingresos de la venta de 23 billetes}) +$

$P(\text{"vengan 21 pasajeros"}) \cdot (\text{Ingresos cuando vienen los 21 pasajeros}) +$

$P(\text{"vengan 22 pasajeros"}) \cdot (\text{Ingresos cuando vienen los 22 pasajeros}) +$

$P(\text{"vengan 23 pasajeros"}) \cdot (\text{Ingresos cuando vienen los 23 pasajeros})$

= \$159288,2724.



## Ingresos:

Nro de billetes vendidos	Ingresos esperados
20	\$150400
21	\$156604,7838
22	\$160179,135
23	\$159288,2724

La empresa elegiría vender **22** billetes.

- Presentación. ✓
- ¿Qué es el overbooking? ✓
- ¿Es legal?
- ¿Es mejor llegar al aeropuerto con tiempo?

## ¿Es legal?

- En Argentina no existe una legislación específica ni que prohíba ni que regule la sobreventa de vuelos. Hay una [Resolución 1532/98](#) (artículo 12) acerca de la protección de los pasajeros aéreos.
- En Europa, el tema está contemplado en el [Reglamento 261/2004](#) con indemnizaciones desde los 250 a 600 euros, dependiendo de la distancia del vuelo.

- Presentación. ✓
- ¿Qué es el overbooking? ✓
- ¿Es legal? ✓
- ¿Es mejor llegar al aeropuerto con tiempo?

¿Es mejor llegar al aeropuerto con tiempo?

Sí!!!

- web check-in

Si???

- Hacer negocio con la sobreventa:

Comprar pasajes para volar entre el 15 de diciembre y 15 de enero (60% de quejas sobre sobreventa), elegir rutas muy demandadas y llegar lo más tarde posible al aeropuerto...



Muchas gracias!

## Links a las imágenes usadas:

<http://www.davegranlund.com/cartoons/2017/04/10/united-airlines-overbooking/>

<http://bucket1.glanacion.com/anexos/fotos/43/fuera-de-agenda-2418343w620.jpg>

<https://siteahoy.imgix.net/blog/wp-content/uploads/2017/04/overbooking.gif?auto=format,enhance>

<https://thesipadvisor.files.wordpress.com/2013/06/overbooked-flight.png>