

Entrega de ejercicios N° 2

Instrucciones

- Resolver detalladamente los dos ejercicios que están abajo, en esta ocasión correspondientes a los temas de las Prácticas 2 y 3.
- Pueden escribir las resoluciones a mano y entregarlas en la clase, o bien, si lo prefieren, tipearlas en computadora y enviar el archivo por mail a `sdalesio@dm.uba.ar`, con asunto **Entrega2**. Tengan en cuenta que en caso de optar por la segunda opción tendrán que buscar algo que les permita insertar ecuaciones y símbolos matemáticos en el texto (si saben usar LaTeX es lo ideal, si no, hay otras opciones como por ejemplo el editor de ecuaciones de Word).
- La fecha límite para esta entrega es el **viernes 28 de febrero**.
- Recuerden que el principal objetivo de estas entregas es ir afianzando la práctica en la escritura de demostraciones y que puedan recibir una devolución de las mismas. En caso de que el ejercicio esté no satisfactorio tendrán tiempo antes del cierre del curso para reescribirlo.

Ejercicio 1

Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión de números reales, no necesariamente positivos, tal que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$. Para cada $n \in \mathbb{N}$ definimos $b_n = 2a_{n+1} + a_n$. Demostrar que

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ es convergente si y sólo si } \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ es convergente.}$$

Ejercicio 2

Sea $K \subseteq \mathbb{R}^n$ un conjunto compacto. Sea $A \subseteq K$ que tiene la siguiente propiedad: todo punto de A está a distancia por lo menos 1 de los restantes puntos de A . Demostrar que A es un conjunto finito.