Probabilidad y Estadística (C)
11 de febrero de 2020

---

1. Se eligen al azar y sin reposición 3 bolitas de una urna que contiene 3 bolitas rojas, 4 blancas y 5 azules. Si X es la cantidad de bolitas rojas extraídas e Y es la cantidad de blancas extraídas, describir la función de probabilidad puntual del vector (X, Y). Determinar $p_X(0)$ a partir de este dato.

2. Supongamos que (X, Y) es un vector aleatorio continuo con densidad dada por la función

$$f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} 2e^{-x}e^{-2y} & \text{si } 0 < x, y, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Calcular $P(X > 1, Y < 1), P(X < Y)$ y $P(X < a)$ para $a > 0$.

3. Supongamos que (X, Y) es un vector aleatorio continuo con densidad dada por la función

$$f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} e^{-x}e^{-y} & \text{si } 0 < x, y, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Hallar la densidad de la variable aleatoria X/Y.

4. La cantidad de personas que entran a un supermercado en un día está modelada por una variable aleatoria Poisson de parámetro λ. Cada persona que entra es mayor de edad con probabilidad p y menor con probabilidad $1 - p$. Si llamamos X a la cantidad de mayores de edad que ingresan en un día e Y a la cantidad de menores, mostrar que $X \sim \text{Pois}(\lambda p)$, $Y \sim \text{Pois}(\lambda(1 - p))$ y que X e Y son independientes.