

Probabilidad y Estadística (C)
5 de febrero de 2020

1. Sea X una variable aleatoria con esperanza 2 y varianza 9.
 - (a) Calcular la esperanza de $Y = 2X^2 + 1$ y de $Z = 2(X - 1)(X - 3)$.
 - (b) Hallar $c \in \mathbb{R}$ que minimice $E((X - c)^2)$.
 - (c) Hallar $a, b \in \mathbb{R}$ de modo que $aX + b$ tenga esperanza 0 y varianza 1.
2. (Paradoja de San Petersburgo) Una persona arroja una moneda hasta que salga cara. Si la cara sale al turno n , la persona gana 2^n pesos.
 - (a) ¿Cuál es el valor esperado del juego?
 - (b) ¿Pagarías 1000 pesos para jugar una única vez?
 - (c) ¿Pagarías 1000 pesos por juego, si te permiten jugar las veces que quieras?
3. Un vendedor de productos eléctricos los adquiere de la fábrica en lotes de 10. Al recibirlos, revisa 3 al azar y acepta el lote sólo si ninguno de esos 3 es defectuoso. Si 30 % de los lotes poseen 4 productos defectuosos y el 70 % restante tiene sólo un producto defectuoso, ¿qué porcentaje de lotes acepta el vendedor?

4. Sea X una variable aleatoria continua con densidad dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{38}\sqrt{x} & \text{si } x \in [4, 9], \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

- (a) Verificar que f_X es una densidad.
 - (b) Describir la función de distribución acumulada asociada.
 - (c) Determinar el percentil 25 de la variable aleatoria.
5. Sabemos que el nivel de pesticida (medido en mg) presente en una manzana está dado por una variable aleatoria distribuida uniformemente en $[0, 0,2]$ y que un valor mayor o igual a 0,19 es tóxico.
 - (a) ¿Cuál es la probabilidad de intoxicarse por comer una manzana?
 - (b) ¿Cuál es la probabilidad de que la manzana contenga exactamente 0.01 mg de pesticida? ¿Y de que tenga menos de 0.1 mg?
 - (c) Testeamos manzanas hasta conseguir 5 de ellas aptas para el consumo. ¿Cuál es la probabilidad de que esto ocurra en la séptima manzana testeada?
6. La vida útil de una lamparita (medida en días) de marca M_1 se distribuye como una normal de esperanza 100 y varianza 90, mientras que las de marca M_2 se distribuyen como una normal de esperanza 150 y varianza 40. Si compramos una lamparita pero no recordamos la marca, ¿cuál es la probabilidad de que sean de marca M_1 si la compramos hace 200 días y todavía funciona?

7. Un grupo de corredores entrenan juntos. El tiempo que les lleva correr (medido en segundos) 100 metros es una variable aleatoria normal con media 11 y varianza 1. Dividimos a los corredores en categorías: decimos que son de categoría A si se demoran menos de 10 segundos, de categoría B si tardan entre 10 y 12 y de categoría C si tardan más de 12.
- (a) ¿Qué proporción está en la categoría B?
 - (b) ¿Cuál debería ser el tiempo máximo para pertenecer a A si quiero que 30% de los atletas pertenezcan a esa categoría?
 - (c) Si sé que Ana está en la categoría A, ¿cuál es la probabilidad de que tarde menos de 9,5 segundos en correr 100 metros?
 - (d) Si elijo a 3 atletas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que todos pertenezcan a la misma categoría?