

Ejercicios 12/2

1) Para ser contratado en un empleo, un aspirante tiene que realizar dos exámenes A y B independientes. La calificación de cada examen será insuficiente (0), suficiente (1) o bueno (2). Las probabilidades de obtener en cada examen 0, 1 o 2 se dan en la siguiente tabla:

	A	B
0	0.1	0.2
1	0.6	0.7
2	0.3	0.1

Sea $X =$ “diferencia en módulo de las calificaciones obtenidas en los exámenes A y B” e $Y =$ “suma de las calificaciones obtenidas en los exámenes A y B”.

- (a) Hallar la función de probabilidad conjunta del vector aleatorio (X, Y) .
- (b) Hallar $P(Y < 2 | X = 0)$.
- (c) Hallar $cov(X, Y)$.
- (d) ¿Son X e Y independientes? Justifique su respuesta.

2) Una urna contiene 4 bolitas blancas y 6 negras. Se extraen 3 bolitas sin reposición y se definen las siguientes variables aleatorias

$$X = \begin{cases} 1 & \text{si el número de bolas blancas extraídas es par} \\ 0 & \text{si el número de bolas blancas extraídas es impar} \end{cases}$$
$$Y = \text{número de bolas negras extraídas}$$

Hallar $E(X + 3Y)$, $E(XY)$, $cov(X, Y)$, $cov(X - Y, X)$, $V(X - Y)$ y $\rho(X, Y)$.

3) Sea (X, Y) un vector aleatorio con densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = (2x + 2y - 4xy)I_{[0,1]}(x)I_{[0,1]}(y)$$

- (a) Calcular $cov(X, Y)$ y $\rho(X, Y)$.
- (b) Hallar $f_X(x)$ y $f_Y(y)$.