

TURNO:

1	2	3	4

Calificación

**MATEMÁTICA I (B)****Modelo de primer parcial - 1<sup>er</sup> cuatrimestre de 2019**

1. Halle todos los números complejos  $z$  que satisfacen

$$\left(\frac{z}{1 - \sqrt{3}i}\right)^3 = \frac{1}{8}.$$

Para cada uno de los números  $z$  hallados, calcule  $z^{-1}$ .

2. Se consideran tres poblaciones,  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$  que interactúan entre sí y cuya dinámica a través de los años se puede representar en forma matricial como

$$\begin{pmatrix} P_1(t+1) \\ P_2(t+1) \\ P_3(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \end{pmatrix}.$$

- a) Halle todos los estados de equilibrio del sistema.  
 b) Si la distribución inicial de las poblaciones es  $(3, 2, 3)$ , ¿cuántos individuos habrá en cada población para  $t = 10$ ?
3. La altura de una montaña viene dada por la función

$$f(x, y) = 2e^{-\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{25} + 1}.$$

Una andinista se encuentra en el punto  $P = (-3, 4, f(-3, 4))$ . En el punto  $P$  comienza un sendero que da vuelta a toda la montaña conservando la altura.

- a) Encuentre una parametrización de la curva de nivel que determina ese sendero.  
 b) Si la andinista sabe que una amiga está en la montaña en el punto

$$Q = (-3.1, 4.1, f(-3.1, 4.1)),$$

use la ecuación del plano tangente al gráfico de  $f$  en el punto  $P$  para estimar la altura en la que se encuentra su amiga.

4. Se sabe que el polinomio de Taylor de  $f$  de orden 2 centrado en  $x_0 = 1$  es igual a

$$p(x) = 2 - (x - 1) + 4(x - 1)^2.$$

Halle el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en  $(1, 0)$  de la función

$$g(x, y) = \ln(x + y^2) f(x).$$

**Justifique todas sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.**