

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO: MAÑANA / NOCHE

N<sup>RO</sup> DE LIBRETA:

1	2	3	4

Calificación

---

## MATEMÁTICA I (B)

### Primer recuperatorio del segundo parcial - 15 de julio de 2019

---

1. Sea  $f(x, y) = 3x^2 - 4xy + 3y^2$ .

a) Halle los puntos críticos de  $f$ , y en cada uno de ellos, analice si la función tiene un máximo local, un mínimo local, o un punto de ensilladura.

b) Halle los máximos y mínimos absolutos de  $f$  en el conjunto

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 8\}.$$

2. Halle la solución general de la ecuación diferencial

$$x' = \frac{8x}{t^2 - 16},$$

y determine la solución particular que verifica  $x(5) = 1$ .

3. Considere el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x' = -2x - y, \\ y' = x - 2y. \end{cases}$$

a) Halle la solución general del sistema.

b) Halle el conjunto de condiciones iniciales para las que se verifica que

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} (x(t), y(t)) = (0, 0).$$

4. Se considera una población de individuos separados en dos clases, los individuos jóvenes y los adultos. Si llamamos  $x(t)$  e  $y(t)$  a la cantidad de jóvenes y adultos respectivamente en tiempo  $t$ , asumimos que la evolución en el tiempo de las poblaciones viene dada por el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x' = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y, \\ y' = \left(\frac{1}{2}x + y\right)(1 - y). \end{cases}$$

a) Halle todos los puntos de equilibrio del sistema, y analice la estabilidad de cada uno de ellos.

b) Determine  $(x_I, y_I)$  tal que si inicialmente las cantidades de jóvenes y adultos están cerca de dichos valores entonces, a lo largo del tiempo, las cantidades de jóvenes y adultos se mantendrán cerca de  $(x_I, y_I)$ .

c) Haga un esbozo del diagrama de fases del sistema cerca de  $(x_I, y_I)$ .

---

**Justifique todas sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.**