

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO: MAÑANA / NOCHE

N^{RO} DE LIBRETA:

1	2	3	4

Calificación

MATEMÁTICA I (B)

Segundo recuperatorio del primer parcial - 22 de julio de 2019

1. Dado $m \in \mathbb{R}$, sea z el número complejo dado por

$$z = \frac{2 - mi}{15 - 6i}.$$

a) Determine el valor de $m \in \mathbb{R}$ para que z sea imaginario puro.

b) Para el valor de m determinado, halle la forma exponencial de $z^{-1} (-1 - \sqrt{3}i)^7$.

2. Dos sustancias, S_1 y S_2 , reaccionan convirtiéndose una en la otra. A tiempo $t + 1$, la concentración de la sustancia S_1 será el 50 % de S_1 a tiempo t más el 50 % de S_2 a tiempo t , y la concentración de la sustancia S_2 será el 40 % de S_1 a tiempo t más el 60 % de S_2 a tiempo t , de modo que la dinámica está representada por

$$\begin{pmatrix} S_1(t+1) \\ S_2(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_1(t) \\ S_2(t) \end{pmatrix},$$

y está determinada por la concentración inicial $(S_1(0), S_2(0))$.

a) Determine todos los estados de equilibrio del sistema.

b) Si las concentraciones iniciales son $S_1(0) = 11$ y $S_2(0) = 2$, determine el comportamiento de ambas concentraciones a largo plazo.

3. La temperatura de un objeto metálico en cada uno de sus puntos (x, y, z) está dada por

$$T(x, y, z) = e^{-x^2 - 2y^2 - 3z^2 + 6}.$$

a) ¿En qué dirección crece más rápidamente la temperatura a partir del punto $P = (1, 1, 1)$?

b) Al empezar a moverse desde el punto P en dirección al punto $Q = (3, 2, -1)$, ¿la temperatura crece, decrece o se mantiene constante?

4. Sean $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Los polinomios de Taylor de orden 2 de las funciones f y g , centrados en 2 y 1 respectivamente, son

$$p(t) = -2 + 3(t - 2) - (t - 2)^2, \quad q(t) = 5 + 3(t - 1)^2.$$

Sea $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por $h(x, y) = f(x)g(y)$.

a) Halle el plano tangente al gráfico de h en el punto $(2, 1, h(2, 1))$.

b) Halle el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $(2, 1)$ para h .

Justifique todas sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.