

1	2	3	4	Calificación

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA:

TURNOS (DE PRÁCTICA): ☐ Mañana (8 a 11hs) ☐ Noche (19 a 22hs)

Matemática I (biología)

Segundo Cuatrimestre 2019 - Primer parcial - 02/10/2019

1. Sea z el número complejo

$$z = \left(\frac{\sqrt{2}}{8} - \frac{\sqrt{2}}{8}i \right)^3.$$

- a) Calcular la forma exponencial de z .
b) Hallar todos los $\omega \in \mathbb{C}$ tales que $\omega^6 = z$, expresándolos en su forma trigonométrica
2. Érase una vez, en un bosque encantado, una población de basiliscos, centauros y dragones. La cantidad de basiliscos B , de centauros C y de dragones D viviendo en el bosque en un año t está determinada por la cantidad que había el año anterior, de acuerdo con la dinámica

$$\begin{pmatrix} B(t+1) \\ C(t+1) \\ D(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B(t) \\ C(t) \\ D(t) \end{pmatrix}.$$

- a) Sabiendo que en el año 0 la cantidad de basiliscos es 17, de centauros es 1 y de dragones 2, ¿cómo es la población en el bosque encantado después de 50 años? (No se preocupe si su respuesta tiene fracciones, nadie dice que un animal mitológico debe venir en unidades enteras).
- b) Una profecía dice que, dentro de mucho, mucho tiempo, en el bosque solo sobrevivirán los dragones. ¿Es cierto esto con el estado inicial dado en el ítem a)?
- c) ¿Existe algún estado inicial no nulo para que dentro de mucho, mucho tiempo no haya animales mitológicos? Si la respuesta es positiva, dar un ejemplo.
3. Dos carneros se mueven por un terreno escarpado cuya altura está dada por la función

$$f(x, y) = x \cdot \cos(xy \frac{\pi}{3}) - y + 2.$$

- a) Sabiendo que el primer carnero está bajando por la línea de descenso más empinada, encontrar la dirección en la que se mueve el carnero desde el punto $(-3, 1)$.
- b) Si el segundo carnero se mueve siguiendo la trayectoria $\sigma(t) = (-3t^2, t^3)$ por ese mismo terreno escarpado, la función que modela en cada momento t la altura a la que se encuentra el carnero es $f \circ \sigma$. Hallar la tasa de crecimiento de esa altura en el tiempo $t = 1$.
4. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función tal que la recta tangente a su gráfico en $(1, f(1))$ tiene ecuación $y = 3x + 4$, y tal que $f''(1) = -4$. Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $x_0 = -1$ de la función

$$g(x) = f(2x + 3)e^{x+1}.$$

Justifique **todas** sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.