

TURNO:

1	2	3	4

Calificación

MATEMÁTICA I (B)
Primer parcial - 8 de mayo de 2019

- Sea $z = (1 + \sqrt{3}i)^5 (1 - i)^{-6}$.
 - Halle la forma binómica de z .
 - Halle los vértices del cuadrado centrado en 0 que tiene a z como vértice.
- Los tamaños de tres poblaciones evolucionan con el correr del tiempo. Al cabo de un año:
 - La mitad de la población 1 pasa a la población 2, y la otra mitad a la población 3.
 - La mitad de la población 2 se muere, mientras que la otra mitad pasa a la población 1.
 - La población 3 se muere por completo.

Esta pauta se mantiene a lo largo del tiempo, de manera que la dinámica está dada por

$$\begin{pmatrix} P_1(t+1) \\ P_2(t+1) \\ P_3(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \end{pmatrix}.$$

- ¿Admite esta dinámica estados de equilibrio (distintos de $(0, 0, 0)$)?
 - Verifique que si la distribución inicial de poblaciones está dada por el vector $(1, 1, 1)$, entonces las tres se extinguen cuando $t \rightarrow +\infty$.
 - ¿Qué pasaría para otras distribuciones iniciales de las poblaciones?
- La profundidad del lecho de un estanque está dada por la función

$$h(x, y) = 4x^2 + 9y^2 - 50.$$

Una corydora nada por el lecho del estanque, y está sumergida en el punto $(-2, 1, h(-2, 1))$.

- Determine la profundidad en dicho punto, y parametrize la curva de nivel por la que debe nadar la corydora para mantenerse a esa profundidad.
 - Determine en qué dirección debe moverse la corydora para acercarse a la superficie lo más rápido posible.
- Se sabe que el polinomio de Taylor de f de orden 2 centrado en $x_0 = 5$ es igual a

$$p(x) = 3 - \frac{1}{5}(x - 5) + \frac{1}{10}(x - 5)^2.$$

Halle el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $x_1 = 1$ de la función

$$g(x) = (1 + x^2) f(5x).$$

Justifique todas sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.

TURNO:

1	2	3	4

Calificación

MATEMÁTICA I (B)
Primer parcial - 8 de mayo de 2019

1. Sea $z = (\sqrt{3} + i)^7 (1 - i)^{-10}$.
- Halle la forma binómica de z .
 - Halle los vértices del cuadrado centrado en 0 que tiene a z como vértice.
2. Los tamaños de tres poblaciones evolucionan con el correr del tiempo. Al cabo de un año:
- La población 1 se muere por completo.
 - La mitad de la población 2 se muere, mientras que la otra mitad pasa a la población 3.
 - La mitad de la población 3 pasa a la población 1, y la otra mitad a la población 2.

Esta pauta se mantiene a lo largo del tiempo, de manera que la dinámica está dada por

$$\begin{pmatrix} P_1(t+1) \\ P_2(t+1) \\ P_3(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \end{pmatrix}.$$

- ¿Admite esta dinámica estados de equilibrio (distintos de $(0, 0, 0)$)?
 - Verifique que si la distribución inicial de poblaciones está dada por el vector $(1, 1, 1)$, entonces las tres se extinguen cuando $t \rightarrow +\infty$.
 - ¿Qué pasaría para otras distribuciones iniciales de las poblaciones?
3. La profundidad del lecho de un estanque está dada por la función

$$h(x, y) = 9x^2 + 4y^2 - 50.$$

Una corydora nada por el lecho del estanque, y está sumergida en el punto $(-1, 2, h(-1, 2))$.

- Determine la profundidad en dicho punto, y parametrize la curva de nivel por la que debe nadar la corydora para mantenerse a esa profundidad.
 - Determine en qué dirección debe moverse la corydora para acercarse a la superficie lo más rápido posible.
4. Se sabe que el polinomio de Taylor de f de orden 2 centrado en $x_0 = 7$ es igual a

$$p(x) = 4 - \frac{1}{7}(x - 7) + \frac{1}{14}(x - 7)^2.$$

Halle el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $x_1 = 1$ de la función

$$g(x) = (1 + x^2) f(7x).$$

Justifique todas sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.