

1	2	3	4	Nota

Probabilidad y Estadística (C)

Primer Parcial - 15/05/2014

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen. Antes de retirarse debe firmar una hoja de asistencia.

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA N°:

Turno (tachar lo que no corresponda):

Tarde: Ma-Ju 14 a 17 hs.	Noche: Ma-Ju 19 a 22 hs.
--------------------------	--------------------------

Criterio de aprobación: Para aprobar este examen es necesario reunir 60 puntos.

En los ejercicios donde corresponda, defina con palabras las variables aleatorias involucradas, nombres y parámetros de las distribuciones.

Realizar cada ejercicio en hoja separada. Enumerar todas las hojas y colocar el número total de hojas entregadas, además escribir el apellido en cada una.

Justifique claramente sus afirmaciones

1. (24 puntos) Se tienen dos urnas numeradas 0 y 1. La urna 0 contiene 2 bolas blancas y 8 negras, mientras que la urna 1 contiene 7 bolas blancas y 3 negras. Se posee además una moneda que tiene probabilidad $\frac{1}{5}$ de salir cara al ser tirada. Se tira la moneda. Si sale cara se elige la urna 0, de lo contrario se elige la urna 1. A continuación se extraen de la urna elegida con reposición 5 bolas.

- (9 puntos) Calcular la probabilidad de haber extraído exactamente una bola blanca.
- (6 puntos) Calcular la probabilidad de haber elegido la urna 0 si se extrajo exactamente una bola blanca.
- (9 puntos) Sea $B_i = \{\text{La } i\text{-ésima bola extraída es blanca}\}$. ¿Son B_1 y B_2 independientes?

2. (22 puntos) Alicia y José juegan a embocar una pelota de basquet en un aro. **Tiran una vez cada uno y el primero que emboca gana el juego.** Empieza Alicia que tiene probabilidad $\frac{1}{2}$ de acertar en cada tiro que hace. Luego tira José, cuya probabilidad de acertar es $\frac{3}{5}$. Supongamos que los resultados de los sucesivos lanzamientos son independientes.

- (8 puntos) Calcular la función de probabilidad puntual del número total de lanzamientos.
- (6 puntos) ¿Qué probabilidad tiene Alicia de ganar el juego? ¿Y José?
- (8 puntos) Si deciden repetir el juego hasta que Alicia gane dos veces exactamente, calcular la probabilidad de que esto ocurra con José ganando a lo sumo tres veces.

3. (27 puntos) En una materia optativa de la facultad hay 6 alumnos inscriptos. La materia se da los martes y jueves de 17hs a 19hs. El horario de llegada X de uno de estos alumnos al curso se puede modelar con la siguiente función de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{e^3-1} e^{19-x} & \text{si } 16 \leq x \leq 19 \\ 0 & \text{si caso contrario} \end{cases}$$

Supongamos además que los horarios de llegada de cada uno de los alumnos son independientes y tienen la misma distribución.

- (5 puntos) Calcular la probabilidad de que un alumno llegue tarde.

- b) (7 puntos) Calcular la probabilidad de que la clase comience con al menos la mitad de los alumnos.
- c) La nota de concepto que tiene el alumno en la materia (nota que no aparece en ningún lado pero que no significa que no exista) depende del tiempo de llegada X .
- i) (7 puntos) Suponga que la nota de concepto es

$$N_1(X) = \begin{cases} 10 & \text{si } X \leq 17 \\ 26 - X & \text{si } X > 17 \end{cases}$$

Calcular la nota de concepto esperada del alumno.

- ii) (8 puntos) Si la nota de concepto es ahora

$$N_2(X) = \frac{1}{9}e^{19-X} + 7.$$

Hallar la función de densidad de la variable aleatoria $N_2(X)$. ¿Qué distribución conocida tiene?

4. (27 puntos) Don Carlos tiene un pequeño almacén en Almagro. Se dedica a vender entre otras cosas productos para celíacos, en particular sin gluten. El primer día de cada mes recibe de su distribuidor 3 bolsas de pan lactal sin gluten, que tienen vigencia hasta el último día de cada mes (luego pasan a estar vencidos y debe retirarlos de la venta). La cantidad de personas que solicitan ese producto durante el mes sigue un proceso de Poisson de parámetro $\lambda = 3$ bolsas por mes.

- a) (7 puntos) ¿Cuántas bolsas espera vender al cabo de un mes? ¿Cuál es la demanda esperada al cabo de un año?
- b) (5 puntos) Si Don Carlos le paga al distribuidor \$15 por cada bolsa y el precio de venta al público es de \$35, ¿cuál es la probabilidad de que ese producto le produzca pérdida al cabo del mes?
- c) (6 puntos) Calcular la probabilidad de que en un año haya exactamente tres meses en los que no pueda cumplir con toda la demanda mensual.
- d) (9 puntos) El tiempo en días que tarda un cliente en consumir todo el producto desde que lo compra es una variable aleatoria Z con distribución $N(\mu, 2)$. Calcular la esperanza de Z sabiendo que

$$\int_{\mu}^{2\mu} f_Z(x) dx = 0.4901,$$

siendo f_Z la función de densidad de dicha distribución.

1	2	3	4	Nota

Probabilidad y Estadística (C)

Primer Parcial - 15/05/2014

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen. Antes de retirarse debe firmar una hoja de asistencia.

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA N°:

Turno (tachar lo que no corresponda):

Tarde: Ma-Ju 14 a 17 hs.	Noche: Ma-Ju 19 a 22 hs.
--------------------------	--------------------------

Criterio de aprobación: Para aprobar este examen es necesario reunir 60 puntos.

En los ejercicios donde corresponda, defina con palabras las variables aleatorias involucradas, nombres y parámetros de las distribuciones.

Realizar cada ejercicio en hoja separada. Enumerar todas las hojas y colocar el número total de hojas entregadas, además escribir el apellido en cada una.

Justifique claramente sus afirmaciones

1. **(24 puntos)** Se tienen dos urnas numeradas 0 y 1. La urna 0 contiene 7 bolas rojas y 3 azules, mientras que la urna 1 contiene 2 bolas rojas y 8 azules. Se posee además una moneda que tiene probabilidad $\frac{1}{5}$ de salir cara al ser tirada. Se tira la moneda. Si sale cara se elige la urna 1, de lo contrario se elige la urna 0. A continuación se extraen de la urna elegida con reposición 5 bolas.
 - a) (9 puntos) Calcular la probabilidad de haber extraído exactamente una bola roja.
 - b) (6 puntos) Calcular la probabilidad de haber elegido la urna 1 si se extrajo exactamente una bola roja.
 - c) (9 puntos) Sea $R_i = \{ \text{La } i\text{-ésima bola extraída es roja} \}$. ¿Son R_1 y R_2 independientes?

2. **(27 puntos)** Don Carlos tiene un pequeño almacén en Almagro. Se dedica a vender entre otras cosas productos para celíacos, en particular sin gluten. El primer día de cada mes recibe de su distribuidor 3 bolsas de pan lactal sin gluten, que tienen vigencia hasta el último día de cada mes (luego pasan a estar vencidos y debe retirarlos de la venta). La cantidad de personas que solicitan ese producto durante el mes sigue un proceso de Poisson de parámetro $\lambda = 3$ bolsas por mes.
 - a) (7 puntos) ¿Cuántas bolsas espera vender al cabo de un mes? ¿Cuál es la demanda esperada al cabo de un año?
 - b) (5 puntos) Si Don Carlos le paga al distribuidor \$15 por cada bolsa y el precio de venta al público es de \$35, ¿cuál es la probabilidad de que ese producto le produzca pérdida al cabo del mes?
 - c) (6 puntos) Calcular la probabilidad de que en un año haya exactamente tres meses en los que no pueda cumplir con toda la demanda mensual.
 - d) (9 puntos) El tiempo en días que tarda un cliente en consumir todo el producto desde que lo compra es una variable aleatoria Z con distribución $N(\mu, 2)$. Calcular la esperanza de Z sabiendo que

$$\int_{\mu}^{2\mu} f_Z(x) dx = 0.4901,$$

siendo f_Z la función de densidad de dicha distribución.

3. (27 puntos) En una materia optativa de la facultad hay 8 alumnos inscriptos. La materia se da los lunes y miércoles de 19hs a 22hs. El horario de llegada X de uno de estos alumnos al curso se puede modelar con la siguiente función de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{e^4-1} e^{22-x} & \text{si } 18 \leq x \leq 22 \\ 0 & \text{si caso contrario} \end{cases}$$

Supongamos además que los horarios de llegada de cada uno de los alumnos son independientes y tienen la misma distribución.

- a) (5 puntos) Calcular la probabilidad de que un alumno llegue tarde.
b) (7 puntos) Calcular la probabilidad de que la clase comience con al menos la mitad de los alumnos.
c) La nota de concepto que tiene el alumno en la materia (nota que no aparece en ningún lado pero que no significa que no exista) depende del tiempo de llegada X .
i) (7 puntos) Suponga que la nota de concepto es

$$N_1(X) = \begin{cases} 10 & \text{si } X \leq 19 \\ 28 - X & \text{si } X > 19 \end{cases}$$

Calcular la nota de concepto esperada del alumno.

- ii) (8 puntos) Si la nota de concepto es ahora

$$N_2(X) = \frac{1}{15} e^{22-X} + 6.$$

Hallar la función de densidad de la variable aleatoria $N_2(X)$. ¿Qué distribución conocida tiene?

4. (22 puntos) Alberto y Juana juegan a embocar una pelota de basquet en un aro. **Tiran una vez cada uno y el primero que emboca gana el juego.** Empieza Alberto que tiene probabilidad $\frac{1}{2}$ de acertar en cada tiro que hace. Luego tira Juana, cuya probabilidad de acertar es $\frac{3}{5}$. Supongamos que los resultados de los sucesivos lanzamientos son independientes.

- a) (8 puntos) Calcular la función de probabilidad puntual del número total de lanzamientos.
b) (6 puntos) ¿Qué probabilidad tiene Alberto de ganar el juego? ¿Y Juana?
c) (8 puntos) Si deciden repetir el juego hasta que Alberto gane dos veces exactamente, calcular la probabilidad de que esto ocurra con Juana ganando a lo sumo tres veces.