

## Estadística (Q)

Listado de ejercicios para las clases prácticas de la segunda semana (B)

---

(Los ejercicios 1 al 3 corresponden a temas de la Práctica 2, los restantes a la Práctica 3)

- B 1. La medida en centímetros de la longitud de la cintura de los hombres en Buenos Aires sigue una distribución normal con media 75 y varianza 25. Se sabe que todos los hombres de menos de 70 cm. de cintura usan cinturón de talle 1, mientras que los de cintura entre 70 y 81 cm. usan talle 2 y los restantes talle 3.
- (a) ¿Qué proporción de hombres usa cintos de talle 2?
  - (b) ¿Cuál debería ser la longitud máxima de cintura del talle 1 si se quiere que el 30% de los hombres use talle 1?
  - (c) Carolina sabe que la cintura de su novio mide más de 70 cm. ¿Cuál es la probabilidad de que use talle 2?
  - (d) Si en la tienda entran azarosamente hombres a comprar de a un cinturón, ¿cuál es la probabilidad de que los primeros tres cinturones que se vendan sean del mismo talle?
- B 2. Se supone que en cierta población humana, el índice cefálico  $I$  (anchura del cráneo expresada como porcentaje de la longitud) es una v.a. con distribución  $N(\mu; \sigma^2)$ . Si hay un 58% de individuos con  $I \leq 75$ , un 38% con  $75 < I \leq 80$  y un 4% con  $I \geq 80$ ,
- (a) Calcular  $\mu$  y  $\sigma^2$ .
  - (b) ¿Cuál es el porcentaje de individuos cuyo índice cefálico es menor a 90?
  - (c) ¿Cuál es el porcentaje de individuos cuyo índice cefálico es mayor a 70?
  - (d) ¿Cuál es el porcentaje de individuos cuyo índice cefálico dista de la media en menos de 5 unidades?
  - (e) ¿Cuál es el valor para el cual aproximadamente el 80% de los individuos tiene un índice cefálico mayor?
- B 3. Se supone que el tiempo que de vida (en días) de una lámpara halógena sigue una distribución exponencial. Sabiendo que la duración media de estas lámparas es de 140 días,
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que una lámpara halógena dure más de 50 días?
  - (b) Si la lámpara está funcionando hace 200 días, ¿cuál es la probabilidad de que dure al menos 50 días más? Comparar con ítem (a).
  - (c) Estas lámparas consumen 50W cada hora. Supongamos que el encendido de la lámpara implica un consumo básico de 30W. Sea  $Y$  la variable aleatoria que mide el consumo eléctrico (en watts) de una lámpara halógena desde que es encendida hasta que se quema (nunca se la apaga). Calcular esperanza y desvío estándar de  $Y$ .
  - (d) En una casa hay 10 lámparas halógenas, ¿cuál es la probabilidad de que a lo sumo 3 de estas lámparas duren más de 50 días? ¿cuál es la probabilidad de que al menos 6 de estas lámparas duren menos de 50 días?
- B 4. (Interpretación de covarianza) En una cierta población, se elige un trabajador mayor de 30 años. Sean
- $X$  = cantidad de años de educación que recibió
  - $Y$  = salario que cobra (en miles de pesos)

Se sabe que la función de probabilidad puntual del vector aleatorio  $(X, Y)$  está dado por  $p_{XY}(x, y)$

$Y/X$	7	12	18	24
4	0.14	0.23	0.02	0.01
10	0.06	0.16	0.25	0.03
15	0	0.01	0.03	0.06

(es decir,  $0.23 = p_{XY}(12, 4)$ ).

- Hallar  $p_X, p_Y, E(X), E(Y)$ .
- Para esta población, ¿las variables  $X$  e  $Y$  están positivamente asociadas?
- ¿Son las variables  $X$  e  $Y$  independientes?
- Suponga que las variables  $X$  e  $Y$  fueran independientes, con las funciones de probabilidad que calculó en el ítem a). Halle la probabilidad conjunta en este caso y compárela con la que figura más arriba.

B 5. El peso de una papa de variedad *Spunta* producida en la provincia de Mendoza es una variable aleatoria cuya media es 250g. y su desvío estándar es 50g. Conteste las siguientes preguntas o diga por qué no se pueden contestar. Asuma que los pesos de distintas papas son independientes.

- Un productor arma bolsas de una docena de papas cada una, y las vende al peso. Calcule el peso esperado total de dichas bolsas. Calcule la varianza del peso total de una bolsa elegida al azar. ¿Cuál es la distribución del peso de una bolsa? ¿Cuál es la probabilidad de que una bolsa elegida al azar pese más de 3600g.?
- Un mayorista le compra el kilo de papas a \$6. El productor le vende 300 bolsas. ¿Cuánto dinero recibirá el productor en total? ¿Cuánto dinero espera recibir el productor en total? ¿Cuánto dinero espera recibir el productor en promedio por bolsa? ¿Puede calcular el desvío estándar del total del dinero recibido por el productor?
- Ahora cuenta con la siguiente información adicional. El peso de una papa tiene distribución normal, con media y varianza previamente descripta. Conteste las preguntas anteriores que le quedaron sin respuesta, utilizando esta nueva información. ¿Alguna le queda sin respuesta aún?

B 6. Se quiere medir el número de consumidores de un producto A en una cierta población. Sea  $p$  la proporción real de individuos de la población que consumen el producto A. Para estimar  $p$  se eligen  $n$  personas al azar de la población y se les pregunta si consumen o no el producto A. Sea, para  $i$  entre 1 y  $n$ ,

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si la } i\text{ésima persona encuestada dice consumir el producto A} \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Asumimos que las  $X_i$  son v.a.i.i.d.

- ¿Cómo estimaría  $p$ ?
- Se desea estudiar cuánto difiere el estimador propuesto en a) del verdadero valor de  $p$ . Acotar la probabilidad de que el estimador difiera de  $p$  en más que 0.05 para  $n = 50$ ,  $n = 100$ ,  $n = 500$  y  $n = 1000$ . ¿Que pasa cuando  $n$  tiende a infinito?
- ¿A cuántas personas habría que encuestar si desea que el estimador difiera de  $p$  en menos de 0.05 con probabilidad mayor a 0.99?
- Rehacer ambos ítems anteriores aproximando las probabilidades en lugar de acotarlas.