

Nombre y apellido..... Número de libreta.....

Turno de práctica (tachar lo que no corresponda) : 

Tarde: Ma-Ju 14 a 17 hs.	Noche: Ma-Ju 19 a 22 hs.
--------------------------	--------------------------

**Por favor, al finalizar el examen señale claramente aquí qué ejercicios entrega**

Entrego ejercicios 1 2 3 4

(Reservado para el corrector):

1	2	3	4	Nota

**Por favor, resuelva cada ejercicio en hojas separadas. Numere todas las hojas y coloque en cada una su nombre y apellido. Para aprobar es necesario tener al menos 60 puntos. Justifique todas sus respuestas.**

1. (25 puntos) Sea  $X_1, \dots, X_n$  una muestra aleatoria de una distribución cuya densidad está dada por

$$f(x; \theta) = \frac{x^2}{\theta} e^{-\frac{x^3}{3\theta}} I_{[0, \infty)}(x) \quad \theta > 0.$$

- a) (9 puntos) Hallar el estimador de máxima verosimilitud de  $\theta$ .
- b) (8 puntos) Decidir si el estimador obtenido es insesgado o asintóticamente insesgado. Justificar.
- c) (8 puntos) Decidir si el estimador obtenido es consistente. Justificar.

2. (25 puntos) Para participar de un juego se paga \$15. El juego consiste en sacar una bolita de una urna que contiene 5 bolitas rojas, 3 bolitas azules y 2 bolitas verdes. Si la bolita extraída es roja, el jugador recibe \$2; si la bolita extraída es azul, el jugador recibe \$15 (es decir, se le devuelve al jugador el dinero que puso para participar); y si la bolita extraída es verde, el jugador recibe \$40.

(Resolver todos los ítems **sin** usar corrección por continuidad)

- a) (5 puntos) Sea  $G$ : “ganancia de un jugador que participa una vez de este juego”. Calcular  $E(G)$  y  $V(G)$ .
- b) (10 puntos) ¿Cuál es la probabilidad aproximada de que en 50 juegos independientes un jugador gane dinero?
- c) (10 puntos) ¿Cuántas veces tendría que jugar, aproximadamente, una persona para que la ganancia total sea menor a \$10 con probabilidad mayor o igual a 0.90?

3. (25 puntos) En una determinada localidad, una empresa de televisión digital está considerando expandirse. Pero para que le resulte económicamente factible la operación, necesita estar segura de que al menos haya un 80 % de hogares dispuestos a suscribirse al servicio. Para verificar si se cumple este hecho, efectúa una encuesta en 120 hogares, obteniendo que en 102 de ellos los habitantes gustaría contar con el servicio de TV digital. Sea  $p$  la verdadera proporción de personas dispuestas a adquirir el servicio.

a) (6 puntos) Plantear un test de nivel aproximado 0,05 para las hipótesis :

$$H_0 : p = 0,80 \quad vs \quad H_1 : p > 0,80.$$

(defina claramente el estadístico de prueba, su distribución asintótica bajo  $H_0$  y la región de rechazo)

b) (3 puntos) En base a los resultados obtenidos en la encuesta y en función del test armado en el inciso anterior, considera adecuado que la empresa se expanda en la localidad?

c) (8 puntos) En base a los resultados obtenidos, determinar el p-valor.

d) (8 puntos) Si en realidad la verdadera proporción es  $p = 0,85$ , trabajando con el nivel 0,05, cuál es la probabilidad aproximada de que mediante el test se decida NO expandir la operación?

4. (25 puntos) Suponga que  $x_1, \dots, x_{15}$  son 15 números que provienen de un generador de números aleatorios con distribución  $N(\mu, \sigma^2)$ . Se sabe que

$$\frac{\sum_{i=1}^{15} x_i}{15} = 0,706 \quad y \quad \sum_{i=1}^{15} (x_i - 0,706)^2 = 241,9234$$

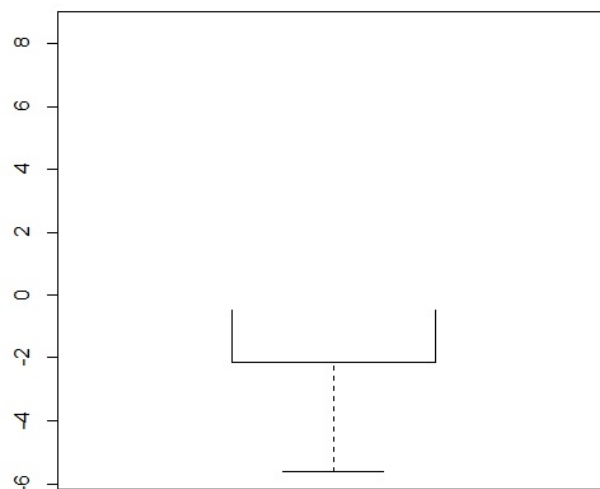
a) (8 puntos) Hallar un intervalo de confianza para  $\mu$  de nivel exacto 0,95.

b) (7 puntos) Hallar un intervalo de confianza para  $\sigma^2$  de nivel exacto 0,95.

c) Sabiendo que los números obtenidos son

-2,76 - 5,49 - 4,76 - 1,55 1,36 - 0,03 0,44 1,51 1,92 3,24 4,36 5,63 3,88 8,43 - 5,59

1) (5 puntos) Completar el siguiente boxplot explicando bien los pasos realizados.



2) (5 puntos) Identifique (y/o calcule) dos medidas de posición (es decir medidas de centralidad de los datos) y dos medidas de dispersión utilizadas entre los cuatro ítems anteriores.