1	2	3	4

Calif.

Apellido y Nombre:
Libreta:

Elementos de Cálculo Numérico (B) – Final (Abril 2015)

---

1. Decidir si son Verdadero o Falso, justificando o dando un contraejemplo.

   a) Sean $u, v \in \mathbb{R}^2$ tales que $u \cdot v = \sqrt{2}$, $\|u\| = 1$ y $\|v\| = 2$. Entonces el ángulo entre u y v es de 45 grados.

   b) Sean $L_1 : \lambda\, v_1 + P_1$ y $L_2 : \lambda\, v_2 + P_2$ las ecuaciones paramétricas de dos rectas. Entonces se tiene que $L_1 = L_2$ si y solo si v_1 y v_2 son vectores proporcionales y los puntos P_1 y P_2 son iguales.

   c) Si $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ es tal que $\mathcal{X}_A(\lambda) = \lambda^3 - 3\lambda^2 + \lambda$, entonces el sistema $A\,x = 0$ es compatible indeterminado.

---

2. Sean $L_1 : \lambda(2, 2, 2) + (0, 0, 3)$ y L_2 la recta que pasa por $(-1, 1, 0)$ y $(0, 2, 1)$.

   a) Hallar (si es posible) un plano Π que contenga a L_1 y L_2.

   b) Hallar una ecuación para una recta ortogonal a Π cuya intersección con L_1 sea no vacía.

---

3. Sea
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & t & 4 \end{pmatrix}.$$

   a) Determinar los valores de $t \in \mathbb{R}$ para los cuales $\mathrm{rg}\,(A) = 2$.

   b) Para cada valor de t hallado, analizar si $v = (4, 2, 2) \in E_C(A)$.

   c) Para cada valor de t hallado, determinar una base de $E_F(A)$ y completarla a una base de $\mathbb{R}^4$.

---

4. Sea $M = \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & 1 & 0 \\ c & 0 & d \end{pmatrix}$ una matriz de Markov tal que $\mathrm{tr}\,(M) = 2$ y $(1, 0, 1)$ es un vector de equilibrio.

   a) Determinar la matriz M y hallar, si es posible, dos estados de equilibrio linealmente independientes.

   b) Decidir si existe la matriz M_∞ y en caso de que exista calcularla.

   c) Dada una población inicial de 9 individuos, calcular si es posible el estado límite $v(\infty)$ para el estado inicial $v(0) = (0, 0, 9)$, y para el estado inicial $v(0) = (2, 5, 2)$.

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen