

1	2	3	4

TEMA 1

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA:

MAIL:

**ELEMENTOS DE CÁLCULO NUMÉRICO (B) - Verano 2015**  
**Segundo Recuperatorio del Segundo Parcial - 26/03/2015**

1. Sea  $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  una matriz diagonalizable que satisface  $\text{tr}(B) = 5$  y  $\dim(N(2I_3 - B)) = 2$ .

a) Probar que  $B$  es una matriz inversible.

b) Sea  $A = \begin{pmatrix} k & 1 & 2 \\ 2k & k+1 & 5 \\ 0 & 2k-2 & k+8 \end{pmatrix}$ . Para cada valor de  $k \in \mathbb{R}$  decidir si el sistema lineal dado por  $BA^3 \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible.

2. Sea  $A = \begin{pmatrix} a & 3 & 0 \\ 0 & a-1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ .

a) Hallar todos los valores de  $a \in \mathbb{R}$  para los cuales la matriz  $A$  es simultáneamente inversible y diagonalizable.

b) Para los valores de  $a$  obtenidos en el inciso anterior, hallar los autovalores de  $A^5$  y los de  $A^{-1}$ .

3. Una empresa que alquila camionetas para mudanzas posee 60 camionetas distribuidas en Buenos Aires, Córdoba, Rosario y Santa Fé. Las camionetas de Buenos Aires siempre se quedan en Buenos Aires, pero cada mes la mitad de las que están en Córdoba se trasladan a Rosario, y la mitad de las de Rosario van a Córdoba, las otras mitades se quedan en su ciudad. Finalmente la mitad de las de Santa Fé van a Buenos Aires, y la otra mitad se queda en su lugar. Llamemos  $x_k$  al número de camionetas en Buenos Aires,  $y_k$  al número de camionetas en Córdoba,  $z_k$  al número de camionetas en Rosario y  $t_k$  al número de camionetas en Santa Fé al cabo del  $k$ -ésimo mes.

a) Determinar la matriz  $M \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  que rige el proceso, y hallar, si es posible, dos configuraciones iniciales distintas de las 60 camionetas que sean estado de equilibrio.

b) Calcular, si existen, los estados límite para los estados iniciales  $(0, 30, 20, 10)$  y  $(0, 0, 0, 60)$ .

4. Ajustar la siguiente tabla de datos mediante una función exponencial de la forma  $y = b \cdot 2^{a/x}$

$x$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$y$	1	2	$\frac{1}{2}$

*Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.*

**JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS**