1	2	3	4

TEMA 1

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE:
LIBRETA: MAIL:

ELEMENTOS DE CÁLCULO NUMÉRICO (B) - Verano 2015

Primer Recuperatorio del Primer Parcial - 19/03/2015

1. Se consideran los siguientes sistemas lineales para a, b y $c \in \mathbb{R}$:

$$S_1 : \begin{cases} x - y + 2\,z + w &= -1 \\ 2\,x + a\,y - z + 3w &= 3 \end{cases} \quad , \quad S_2 : \begin{cases} x - 2\,z + w &= 4 \\ -y + 4\,z &= -5 \\ x - 3\,y + z + bw &= c. \end{cases}$$

a) Determinar todos los valores de a, b y c para los cuales $(1, 1, -1, 1)$ es solución común de los sistemas S_1 y S_2. Para los valores hallados, ¿es la única solución común o hay más?

b) Para $a = -3$, $b = 2$ y $c = -1$ escribir en forma paramétrica las soluciones del sistema S_1 y las del sistema S_2. El vector $(1, 1, -1, 1)$ es solución de S_1? es solución de S_2?

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

a) Encontrar todos los valores de a, b y $c \in \mathbb{R}$ para los cuales $A \cdot B = B \cdot A$.

b) Para $a = 1$, $b = 0$ y $c = 2$ hallar, si es posible, $X \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ tal que $A \cdot B \cdot X = I_3$.

3. Sean las rectas $L_1 : t(-1, 1, 3) + (0, 2, 5)$ y $L_2 : s(1, 1, 9) + (1, 0, -3)$ de $\mathbb{R}^3$.

a) Decidir si las rectas L_1 y L_2 son concurrentes, alabeadas o paralelas.

b) Hallar un plano Π que satisfaga simultáneamente $\Pi \cap L_1 = \emptyset$ y $\Pi \cap L_2 = \emptyset$.

c) Hallar un plano Π' que no contenga a L_1 y cuya distancia al plano Π sea igual a la distancia de la recta L_1 al plano Π.

4. Sean los subespacios de $\mathbb{R}^4$

$$S = \langle (1, 0, -1, 0), (1, k, -3, 0) \rangle \text{ y } T = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 - x_2 + x_3 = x_1 + x_4 = 0 \right\}.$$

Determinar para qué valor de $k \in \mathbb{R}$ se tiene $S \cap T = \langle (0, 1, 1, 0) \rangle$, y para el valor hallado decidir si $v = (2, 2, 0, 2) \in S + T$.

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS