

1. En un juego del tiro al blanco, la distancia al centro (en cm.) que obtiene Juan se considera una variable aleatoria  $X$  con la siguiente función de densidad

$$f_X(t) = \begin{cases} \frac{t}{72} & \text{si } 0 \leq t \leq 12 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- Hallar la probabilidad de que un tiro de Juan diste menos de 1 cm. del blanco.
  - Hallar  $F_X$ .
  - Hallar  $\mathbb{E}(X)$  y  $\text{Var}(X)$ .
  - Hallar el percentil o cuantil 0.90 de la distribución  $X$ .
  - En el pub de organiza un juego que otorga un premio de  $\$120 - X$  para cada lanzamiento al blanco, donde  $X$  es la distancia conseguida. Si cada vez que se desea participar de este juego de debe pagar  $\$45$ , ¿cuál es la esperanza y varianza de la ganancia neta para Juan?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que la ganancia neta sea mayor que la ganancia neta esperada?
  - Juan tira 12 veces al blanco, ¿cuál es la probabilidad de que dos o menos de sus tiros disten menos de 1 cm. del blanco?
2. Sea  $X$  una variable aleatoria con distribución normal estandar.

Calcular las siguientes probabilidades:

- $\mathbb{P}(X \leq 3)$ .
- $\mathbb{P}(X < -3)$ .
- $\mathbb{P}(|X| < 3)$ .

Hallar  $b$  para que se cumpla en cada caso:

- $\mathbb{P}(X < b) = 0,95$ .
- $\mathbb{P}(|X| < b) = 0,95$ .

3. La medida en cm. de la longitud de la cintura de los hombres en Buenos Aires sigue una distribución normal con media 75 y varianza 25. Se sabe que todos los hombres de menos de 70 cm. de cintura usan cinturón de talle 1, mientras que los de cintura entre 70 y 81 cm. usan talle 2 y los restantes talle 3.

- ¿Qué proporción de hombres usa cintos de talle 2?
- ¿Cuál debería ser la longitud máxima de la cintura de talle 1 si se quiere que el 30% de los hombres use talle 1?
- Si en una tienda entran azarosamente hombres a comprar de a un cinturón, ¿cuál es la probabilidad de que los primeros tres cinturones que se vendan sean del mismo talle?

### VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS. Clase práctica del 11/09/2012.

**Ejercicio 1** La biblioteca de una facultad dispone de una red de computadoras al alcance de los estudiantes. El tiempo medido en minutos que un estudiante destina a búsqueda bibliográfica semanalmente es una variable aleatoria  $T$  exponencial, además, se sabe que el 49.9% de los estudiantes destina más de 20 minutos a la búsqueda bibliográfica.

- i) Hallar la esperanza de la variable aleatoria  $T$ .
- ii) Sabiendo que un alumno destinó esta semana más de 20 minutos a la búsqueda bibliográfica calcular la probabilidad de que destine más de 30. Comparar con la probabilidad de que destine más de 10 minutos a la búsqueda bibliográfica.
- iii) Supongamos que de acuerdo al tiempo destinado a la búsqueda bibliográfica el usuario (siempre estudiante) es clasificado en una de tres categorías: I si  $T < 25$ , II si  $25 \leq T \leq 50$  y III si  $T > 50$ . Hallar la esperanza de la variable aleatoria  $W =$  categoría asignada al usuario.

**Ejercicio 2** Dos máquinas producen piezas de un mismo tipo en grandes cantidades, cuyos diámetros (en mm) tiene distribución normal con igual valor esperado  $\mu$  para todas las máquinas y varianza igual a 2 y 5 para las máquinas 1 y 2, respectivamente. Si el diámetro de una pieza difiere de su valor esperado en por lo menos 2 mm, la pieza está fuera de los límites de especificación. Además, se sabe que la máquina 1 produce la mitad del número de piezas que la máquina 2.

- i) Calcule la probabilidad de que una pieza este fuera de los límites de especificación cuando es producida por la máquina 2.
- ii) Si una pieza seleccionada aleatoriamente está fuera de los límites de especificación, cuál es la probabilidad de que haya sido producida por la máquina 2?
- iii) Se eligen 5 piezas al azar. Calcular la probabilidad de que exactamente 2 de ellas estén fuera de los límites de especificación.
- iv) El dueño de la fábrica quiere actualizar el equipamiento, para esto busca comprar una única máquina para producir todas las piezas. La nueva máquina produce piezas con diámetros normalmente distribuidos centrados en  $\mu$  pero con varianza  $\sigma^2$ . Cuán chico debe ser  $\sigma^2$  para que al menos el 95 % de las piezas producidas por la nueva máquina estén dentro de los límites de especificación?