1	2	3	4	5	6	Calificación

Apellido y Nombre:
No. de libreta: Carrera:

Álgebra I
Prefinal (15/03/2014)

Parte 1:

1. Sea $A = \{f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ tal que f es función$\}$.
   Sea $\mathcal{R}$ la relación en A definida por:
   $$f\,\mathcal{R}\,g \iff f(1) = g(1).$$
   a) Probar que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia.
   b) Sea $f \in A$ una función dada. ¿Cuántos elementos tiene su clase de equivalencia?

2. Se recuerda que la sucesión de Fibonacci $(F_n)_{n\geq 0}$ está definida por
   $$F_0 = 0, F_1 = 1 \quad \text{y} \quad F_{n+2} = F_{n+1} + F_n,\ \forall\, n \in \mathbb{N}_0.$$
   Dado $m \in \mathbb{N}_0$, probar que $F_{m+n} = F_{m+1}F_n + F_{n-1}F_m,\ \forall\, n \in \mathbb{N}$.

3. Sean $a,\ b \in \mathbb{Z}$ que satisfacen que el resto de dividir a a por b es 140 y el resto de dividir a $3b$ por 140 es 105. Calcular $(a:b)$ y expresarlo como combinación lineal entera de a y b en función de los cocientes q_1 de dividir a a por b y q_2 de dividir a $3b$ por 140.

Parte 2:

1. Determinar todos los pares a, b de números enteros que satisfacen que
   $$\sum_{k=1}^{100}(a + k\,b) \ = \ 40000.$$

2. Calcular el resto de dividir a $6^{66^{666}}$ por 71.

3. *a*) Determinar un polinomio mónico cuyas raíces sean exactamente las raíces primitivas de la unidad de orden 6.
   b) Hallar todos los $n \in \mathbb{N}$ tales que
   $$X^2 - X + 1 \mid X^{5n} + X^n + 1.$$

Para aprobar es necesario tener por lo menos 1 ejercicio de cada parte Bien.