Ejercicio para entregar (2da semana)

- Sean $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}, \{b_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ sucesiones de términos positivos. Supongamos que existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que para todo $n \geq n_0$ se tiene:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq \frac{b_{n+1}}{b_n}.$$

  Probar que, si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge, entonces también lo hace $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ y que, si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge, entonces lo mismo ocurre con la serie $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$.
- Probar que, si $p > 1$ y $0 < x < 1$ entonces se tiene que $1 - px \leq \big(1 - x\big)^p$.
- Sea $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ la sucesión dada por $a_n := \frac{\Pi_{j=3}^{n}(2j-5)}{\Pi_{j=3}^{n}(2j-2)}$. Determinar la convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

  Sugerencia: Usar los ítems anteriores y comparar con $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ para un p adecuado.