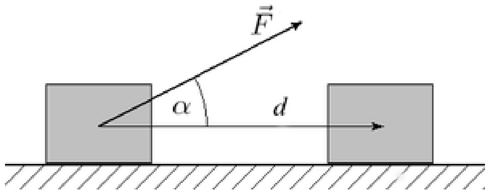
MATEMÁTICA 2 - Verano 2012

Práctica 3 - Aplicaciones
Transformaciones lineales

1. *a*) **Trabajo** En mecánica clásica, el trabajo (W) que realiza una fuerza sobre un cuerpo equivale a la energía necesaria para desplazar este cuerpo. Matemáticamente se expresa como

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = Fd\cos\alpha,$$

donde W es el trabajo en joules, F es el módulo de la fuerza (en Newtons), d es el desplazamiento (en metros) y α es el ángulo que forman entre sí el vector fuerza y el vector desplazamiento.



1) ¿Qué cantidad de trabajo se realiza arrastrando un vagón sobre una vía recta desde el punto $(0m, 0m)$ al punto $(10m, 30m)$ aplicando una fuerza de $50N$ en la dirección del eje X?
2) ¿Qué cantidad de trabajo se realiza arrastrando un carrito si se recorre una distancia de $150m$ aplicando una fuerza de $50N$ por medio de una cuerda que forma un ángulo de $45°$ con la horizontal?

b) **(Potencia)** Una fuerza de $(2, 3, 4)N$ actúa sobre un cuerpo por 4 segundos y produce un desplazamiento de $(3, 4, 5)m$. ¿Cuál es la potencia desarrollada por la fuerza?

2. En la teoría de la relatividad especial se define el *espacio-tiempo de Minkowski M* como el espacio $\mathbb{R}^4$ con la *norma* dada por el *producto interno de Minkowski*:

$$\langle (t_1, x_1, y_1, z_1), (t_2, x_2, y_2, z_2) \rangle = -t_1t_2 + x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2.$$

a) Demostrar que bajo esa norma existen vectores con norma negativa (es decir, no es una norma en el sentido usual), y por lo tanto el producto interno de Minkowski no es un producto interno en el sentido usual.

b) Sea $p = (t, x, y, z) \in M$ y $f(p) = (t', x', y', z')$ la imagen de p por la transformación de Lorentz definida en las Aplicaciones de la Práctica 3, para una velocidad v dada. Probar que $\|(ct, x, y, z)\| = \|(ct', x', y', z')\|$ en la norma dada por el producto interno de Minkowski, pero no en la norma dada por el producto interno canónico de $\mathbb{R}^4$. (Esto motiva la utilización de este producto en la teoría de la relativadad especial.)