MATEMÁTICA 2 - Verano 2012

Práctica 3 - Aplicaciones
Transformaciones lineales

1. Decidir si las siguientes transformaciones son lineales, y en caso afirmativo expresarlas en forma matricial.

   a) (Transformación de Lorentz)

$$\begin{cases} t' &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}(t - vx/c^2) \\ x' &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}(x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \end{cases}$$

   con v la velocidad relativa entre los sistemas en la dirección x y c la velocidad de la luz.

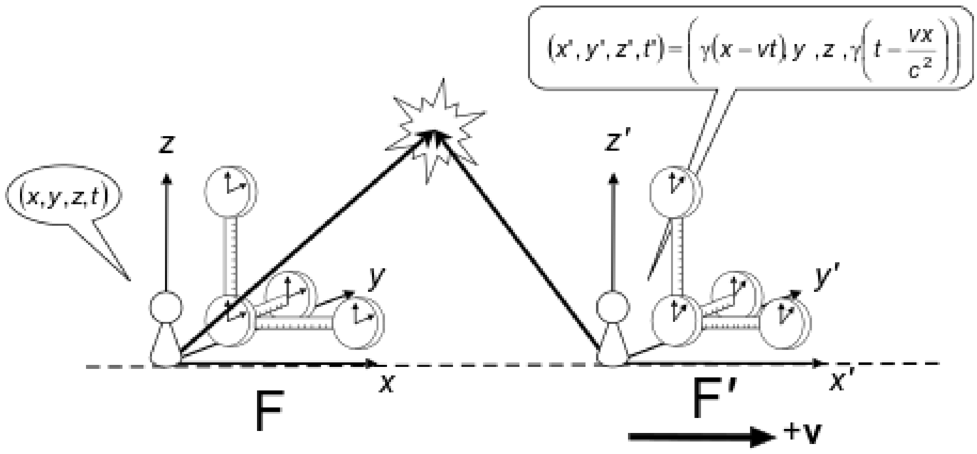

Figura 1: Las burbujas de cada observador muestran las coordenadas espacio tiempo de un evento, medidas en sus respectivos sistemas de referencia inercial (en configuración estándar), tomando $\gamma = 1/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$.

   b) (Transformación de Möebius) $f(z) = \frac{az+b}{cz+d}$, con $z \in \mathbb{C}$ y $ad - bc \neq 0$.

2. Decidir si las siguientes transformaciones son lineales, y en caso afirmativo, hallar generadores del núcleo y calcular su dimensión.

   a) (Velocidad) El movimiento de una partícula en el espacio se representa por una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$, $f(t) = (f_1(t), f_2(t), f_3(t))$. La velocidad instantánea de f es $v = \nabla f$, $v(t) = (f_1'(t), f_2'(t), f_3'(t))$.
   Es decir, tomando $F = \{(f_1, f_2, f_3) \in (\mathbb{C}^\infty)^3\}$ se define el operador (o transformación) velocidad
$$V : F \to F,\ V(f) = \nabla f.$$

   b) (Aceleración) Análogamente, se define el operador aceleración $A : F \to F$,
$$A : F \to F,\ A(f) = (f_1'', f_2'', f_3'').$$