MATEMÁTICA 2 - Verano 2012

Práctica 2 - Aplicaciones

Espacios vectoriales

1. Decidir cuáles de los siguientes subconjuntos son subespacios de V como K-espacio vectorial.

   a) $S = \{(t,x,y,z) \in \mathbb{R}^4 \mid t \geq 0\}$, $V = \mathbb{R}^4$, $K = \mathbb{R}$.

   b) $S = \{(t,x,y,z) \in \mathbb{R}^4 \mid t = x\}$, $V = \mathbb{R}^4$, $K = \mathbb{R}$.

   c) (Movimiento armónico) $S = \{x(t) \in C^\infty \mid \frac{d^2x}{dt} = -\omega_0^2 x\}$ (ω_0 constante), $V = C^\infty$, $K = \mathbb{R}$.

   d) (*) (Movimiento armónico 2) $S = \{c\cos(w_0 t - \phi) \mid c, \phi \in \mathbb{R}\}$, $V = C^\infty$, $K = \mathbb{R}$.
   Sugerencia: probar que $\mathcal{B} = \{\cos(w_0 t), \operatorname{sen}(w_0 t)\}$ es una base de S utilizando la fórmula para el coseno de una resta y la identidad $\cos^2 t + \operatorname{sen}^2 t = 1$.
   ¿Cuál es la dimensión de S?

   e) $S = \{\cos(w_0 t - \phi) \mid \phi \in \mathbb{R}\}$, $V = C^\infty$, $K = \mathbb{R}$.

   f) (Resonancia en un sistema de dos masas)
   $S = \{(x_1(t), x_2(t)) \in C^\infty \times C^\infty$ soluciones del sistema (1)$\}$, $V = C^\infty \times C^\infty$, $K = \mathbb{R}$.

$$
\begin{aligned}
m\ddot{x_1} &= -kx_1 + k(x_2 - x_1) \\
m\ddot{x_2} &= -k(x_2 - x_1) - kx_2,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

   con m y k constantes.

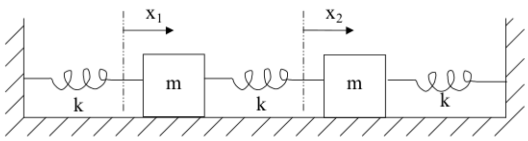

Figura 1: Sistema de dos masas

2. Sea $T = \{a\cos(\omega_0 t) + b\sin(\omega_0 t) \mid a, b \in \mathbb{C}\} \subset \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}\}$.
   Probar que

$$\mathcal{B}_1 = \{\cos(\omega_0 t), \operatorname{sen}(\omega_0 t)\}$$

   y

$$\mathcal{B}_2 = \{\cos(\omega_0 t) + i\operatorname{sen}(\omega_0 t), \cos(\omega_0 t) - i\operatorname{sen}(\omega_0 t)\}$$

   son bases de T y hallar las coordenadas de los elementos $b \in \mathcal{B}_1$ con respecto a la base $\mathcal{B}_2$.