Ejercicios para entregar - 3^{er} semana

1. Sean $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ con A abierto. Probar que si $A \cap \overline{B} \neq \emptyset$, entonces $A \cap B \neq \emptyset$. ¿Qué pasa si A no es abierto?

2. (a) Construir un subconjunto del $(0, 1)$ que esté formado por puntos aislados pero que no sea cerrado.
   (b) ¿Existe $A \subseteq \mathbb{R}$ tal que el conjunto de puntos de acumulación de A° tenga exactamente dos elementos?
   (c) ¿Es verdad que si $A \subseteq \mathbb{R}^n$ es abierto entonces $\overline{A}^{\circ} = A$.
   (d) Construir un conjunto compacto K contenido en $\mathbb{R}$ tal que $\overline{K^{\circ}} \neq K$.

3. Considerar las siguietes afirmaciones acerca de una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$:

   (a) f es uniformemente continua.
   (b) Si $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ es una sucesión de Cauchy entonces $\{f(a_n)\}_{n\in\mathbb{N}}$ también lo es.

   Probar que $a) \Rightarrow b)$ y mostrar con un ejemplo que $b) \not\Rightarrow a)$