1	2	3	4

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE:
LIBRETA:

Elementos de Cálculo Numérico – Final (Junio 2011)

---

1. Dadas las siguientes rectas de $\mathbb{R}^3$:

$$L_1 : \lambda(1,1,0) + (1,k,-1) \quad \text{y} \quad L_2 : \left\{ \begin{array}{rcl} x+z & = & 0 \\ y & = & 1 \end{array} \right. ,$$

   a) determinar para qué valores de $k \in \mathbb{R}$ existe un plano que contenga a L_1 y L_2, y para todos los valores hallados hallar ecuaciones vectoriales e implícita para dicho plano.

   b) para $k = -2$ calcular la distancia entre L_1 y L_2.

---

2. Decidir si son Verdadero o Falso, justificando o dando un contraejemplo.

   a) Sean $L_1 : \lambda\, v_1 + P_1$ y $L_2 : \lambda\, v_2 + P_2$ las ecuaciones vectoriales de dos rectas. Entonces se tiene que $L_1 = L_2$ si y solo si v_1 y v_2 son vectores proporcionales y los puntos P_1 y P_2 son iguales.

   b) Sean $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ con A inversible. Entonces $N(B\,A) = N(B)$.

   c) Sea $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$. El sistema $Ax = 0$ es compatible determinado si yo solo si el sistema $A^2x = 0$ es compatible determinado.

---

3. Sea $A = \begin{pmatrix} 0 & a+1 & -1 \\ 0 & a & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$.

   a) Determinar todos los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales A es diagonalizable.

   b) Para $a = 1$, determinar, si es posible, una matriz C inversible para la cual $C^{-1}(A^2+A+I)C$ es diagonal, y calcular dicha matriz diagonal.

---

4. Sea $M == \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & 1 & 0 \\ c & 0 & d \end{pmatrix}$ una matriz de Markov tal que $\operatorname{tr}(M) = 2$ y $(1,0,1)$ es un vector de equilibrio.

   a) Determinar la matriz M y hallar, si es posible, dos estados de equilibrio linealmente independientes.

   b) Dada una población inicial de 9 individuos, ¿existe un estado límite para el estado inicial $v(0) = (0,0,9)$? ¿Y para el estado inicial $v(0) = (2,5,2)$?

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen