1	2	3	4

Calif.

Apellido y Nombre:
Libreta:

Cálculo numérico B – Final (15/04/2010)

---

1. Sean $L_1 : \lambda(1,-2,1)+(0,0,-2)$ y L_2 la recta que pasa por $(1,4,2)$ y $(0,2,-1)$.

   a) Determinar $L_1 \cap L_2$.

   b) Hallar (si es posible) un plano que contenga a L_1 y L_2 y, si existe, determinar el ángulo entre L_1 y L_2.

---

2. Sean $a \in \mathbb{R}$ y $A \in \mathbb{R}^{3\times 2}$ la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & 2a \\ a & 2 \end{pmatrix}$$

   a) Determinar todos los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales $E_C(A)$ es una recta, y completar para cada caso encontrado una base de $E_C(A)$ a una base de $\mathbb{R}^3$.

   b) Determinar todos los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales $\mathrm{N}(A) = \{0\}$ y para todos los valores encontrados agregar una columna a A para que la matriz obtenida sea inversible.

---

3. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & a^2 & 0 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

   a) Determinar para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ la matriz A es diagonalizable.

   b) Para $a = 1$, calcular A^{100} y decidir si existe $\lim_{k\to\infty} A^k$.

---

4. Determinar, con justificaciones claras o contraejemplos, la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones.

   a) Sean $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ y $b \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ tales que el sistema $A\,x = b$ tiene solución única. Si $y, z \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ son tales que $Ay = Az$, entonces $y = z$.

   b) Dos planos en el espacio se pueden cortar en un único punto.

   c) Si M es una matriz de Markov, entonces $M - 2\,\mathrm{Id}$ es inversible.

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen