

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
|   |   |   |   |

|        |
|--------|
| CALIF. |
|        |

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA:

**Cálculo numérico B – Final (13/05/2010)**

1. Sean

$$L_1 : \begin{cases} 2x - y - z = 4 \\ 4x - y - 2z = 9 \end{cases} \quad \text{y} \quad L_2 : \lambda(1, 0, 2) + (1, 2, -3).$$

- Probar que las rectas  $L_1$  y  $L_2$  son paralelas no coincidentes, y hallar un plano  $\pi$  perpendicular a  $L_2$  que pase por  $P = (1, 2, -3)$ .
- Hallar el punto  $Q$  de intersección entre  $L_1$  y  $\pi$  y calcular la distancia  $d(P, Q)$  de  $P$  a  $Q$ .

2. Sea  $a \in \mathbb{R}$  y  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & a^2 \\ 2 & 1 & 2a \end{pmatrix}.$$

- Determinar para cada valor de  $a \in \mathbb{R}$  las dimensiones del espacio fila  $E_F(A)$ , del espacio columna  $E_C(A)$  y del núcleo  $N(A)$ .
- Para cada valor de  $a$  hallado tal que  $N(A) \neq \{0\}$ , completar una base del espacio columna de  $A$  a una base de  $\mathbb{R}^3$ .

3. Sea  $M = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \\ 0 & d & e \end{pmatrix}$  una matriz de Markov, tal que  $1/2$  es autovalor doble.

- Determinar la matriz  $M$ .
- Calcular los estados de equilibrio.
- Determinar el estado límite (si existe) para el estado inicial  $(0, 1/4, 3/4)$ .

4. Decidir, con justificaciones claras o contraejemplos, la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones.

- Sean  $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$  y  $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  inversible. Entonces el sistema  $ABx = 0$  es compatible determinado.
- Sean  $u$  y  $v \in \mathbb{R}^2$  tales que  $u \cdot v = \sqrt{2}$ ,  $\|u\| = 1$  y  $\|v\| = 2$ . Entonces el ángulo entre  $u$  y  $v$  es de 45 grados.
- Si  $A, B \in \mathbb{R}^3$  son matrices tales que  $\det(A) \neq 0$  y 2 no es autovalor de  $B$ , entonces  $2A - AB$  es inversible.

*Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen*