Práctica adicional
Integrales impropias vía residuos

1. Calcular

   a) $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\cos(2\theta)}{1-2a\cos\theta+a^2}\, d\theta, \quad a^2<1$ **b)** $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{(a+\cos\theta)^2}, \quad a>1$

2. Probar que

   a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{1+x^4}\, dx = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$

   b) $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x}\, dx = \frac{\pi}{2}$

3. Calcular

   a) $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{x^2}{x^4+x^2+1}\, dx$ **b)** $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{\cos x - 1}{x^2}\, dx$

4. Calcular el valor principal de:

   a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^3-4x^2+5x}$ **b)** $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{(x^2+4)(x-1)} dx$

5. Calcular $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sen}^2(x)}{x^2}\, dx$ considerando la función $\displaystyle\frac{1-e^{2iz}}{z^2}$ y aplicando el teorema de los residuos sobre un recinto apropiado.

6. Probar que:

   - $$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} e^{-iwx}\, dx = \sqrt{\pi} e^{\frac{-w^2}{4}}$$

   - $$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(wx)}{1+x^2}\, dx = \pi e^{-|w|}$$