

## Ec. diferenciales con retardo - Práctica 4

1. Analizar la estabilidad y la dirección de la bifurcación de Hopf para la ecuación

$$x'(t) = x(t - \tau)^3 - x(t - \tau).$$

2. Estudiar la bifurcación de Hopf para el equilibrio positivo de la ecuación de Nicholson autónoma. Idem para los modelos de la práctica 3.
3. Decidir en qué casos se verifican las hipótesis del teorema de bifurcación de Hopf para el caso de una ecuación lineal de segundo orden de la forma

$$x''(t) + ax'(t - \tau) + bx(t) = 0$$

con  $a, b > 0$ . Aplicar el resultado a un problema de la forma

$$x''(t) = g(x(t), x'(t - \tau)).$$

*Sugerencia:* reescalar la ecuación para que quede  $\tau = 1$ . Encontrar la ecuación característica y analizar la bifurcación de Hopf para el mínimo valor  $\tau_0 > 0$  tal que existe una raíz característica puramente imaginaria.