Ecuaciones Diferenciales A/B - Guía de Estudio

Segundo cuatrimestre de 2023

Profesor: Pablo De Nápoli

versión: 1.0 (puede sufrir cambios o correcciones)

Este es un resumen de los principales teoremas vistos a lo largo del curso, pensado para ayudarlos a preparar el examen final. Se indica para cada tema la bibliografía recomendada.

Nuestra refrencia principal a lo largo del curso fue el libro de Julián Fernández Bonder [1]. Sin embargo, algunos temas que desarrollamos no están incluidos en él, o nos apartamos de su tratamiento. En estos casos, se indican referencias alternativas.

1. **Práctica 1: Ecuaciones Ordinarias**

   - Teorema de existencia y unicidad.
   - Intervalo maximal de existencia.
   - Desigualdad de Gronwall. Dependencia continua de los datos iniciales.
   - Ecuaciones lineales de coeficientes constantes. Exponencial de una matriz.
   - Flujo de una ecuación diferencial. Teorema de Liouville (sobre conservación del área por el flujo de un sistema Hamiltoniano).
   - Cálculo de variaciones: ecuación de Euler-Lagrange asociada a un problema variacional. [2, cap. 2]

   Referencias: [6](cap. 1 y 2, hasta la sección 2.6 inclusive), [7](cap. 1 al 6)

2. **Práctica 2: Ecuaciones de primer orden**

   - El método de las características.

   Referencias: [1](cap. 7)

3. **Práctica 3: El método de separación de Variables y Series de Fourier**

- Bases ortonormales en espacios de Hilbert.
- Series de Fourier: forma real (con senos y cosenos) y con exponenciales complejas. Igualdad de Parseval.
- Criterios para la convergencia: en L^2, puntual y uniforme.
- El método de separación de variables. (Varios ejemlos de aplicación a ecuaciones clásicas fueron vistos en la práctica. Puede ayudar: [2])

Referencias: [1, cap. 3]. Adicional: [8]

4. **Práctica 4: La Transformada de Fourier**

- La transformada de Fourier en $L^1(\mathbb{R}^n)$.
- La clase de Schwartz. Propiedades de la transformada que la relacionan con las derivadas y con la convolución. Fórmula de inversión.
- La transformada de Fourier en $L^2(\mathbb{R}^n)$: Teorema de Plancherel.
- Aplicación a la resolución de ecuaciones diferenciales lineales de coeficientes constantes. (Varios ejemlos de aplicación a ecuaciones clásicas fueron vistos en la práctica. Puede ayudar: [2])

Referencias: [1, cap. 5]. Adicionales: [8], [9].

5. **Práctica 5: Ecuaciones de Laplace y de Poisson**

- Funciones armónicas. La propiedad del valor medio. El principio del máximo (débil y fuerte) [1, 4.3] Acotaciones de las derivadas.
- La solución fundamental.[1, 4.2]
- Fórmulas de representación. Función de Green para un dominio . El caso de un semi-espacio [1](sección 4.5).

Referencias: [1, cap. 5]. Adicional: [4]

6. **Práctica 6: Ecuación del calor.**

- Resolución por medio de la transformada de Fourier. Solución fundamental (núcleo del calor). [1, secciones 5.4 y 6.2]

- Principio del máximo (en dominios acotados). Unicidad. [1, 6.3]

Referencia Adicional: [4].

7. **Práctica 6: Espacios de Sobolev y Soluciones débiles..**

   - Definición de $W^{1,p}(U)$ por medio de derivadas débiles. [1, 9.1]
   - Densidad de $C_c^\infty(\mathbb{R}^n)$ en $W^{1,p}(\mathbb{R}^n)$. [1, 9.3]
   - Espacios de orden mayor. [1, 9.2]
   - Espacios de Sobolev $H^s(\mathbb{R}^n)$ definidos por medio de la transformada de Fourier. $H^s(\mathbb{R}^n) = W^{s,2}(\mathbb{R}^n)$ cuando $s \in \mathbb{N}_0$. Lema de Sobolev. [5, cap. 6] [9]
   - Teorema de compacidad de Rellich-Kondrachov.
   - Espacio $W_0^{1,p}(U)$. Desigualdad de Poincaré. Traza.
   - Existecia de soluciones débiles vía el teorema de representación de Riesz, y el lema de Lax-Milgram. [1, cap.10] [**?**]cap. 12)Canizo

   Referencias: [1, cap. 9] Adicionales: [4], [3].

Bibliografía

Referencias Básicas del Curso

[1] Julián Fernández Bonder. *Ecuaciones Diferenciales Parciales*, volume 7. Fascículos de grado publicados por el Departamento de Matemática - FCEN- UBA, 2015. URL: http://cms.dm.uba.ar/depto/public/grado/fascgrado7.pdf.

[2] José A. Cañizo. *Apuntes de Modelos Matemáticos II*. Universidad de Granada, 2022. URL: https://canizo.org/docencia/modelos2/apuntes.pdf.

Otras referencias incluidas en la bibliografía oficial

[3] Haim Brezis and Haim Brézis. *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*. Springer, 2011.

[4] Lawrence C Evans. *Partial differential equations*, volume 19. American Mathematical Society, 2022.

[5] Gerald B Folland. *Introduction to partial differential equations*, volume 102. Princeton university press, 1995.

Referencias sobre Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

[6] Pablo De Nápoli. *Notas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*. FCEN-UBA, 2008. URL: http://mate.dm.uba.ar/~pdenapo/apuntes-edo/notas_de_edo.pdf.

[7] Daniel Azagra Rueda. *Introducccción a la Teoría de las Ecuaciones Ordinarias*, volume 7. Universidad Complutense de Madrid, 2020. URL: http://www.mat.ucm.es/~dazagrar/docencia/ManualEDIFDanielAzagra.pdf.

Referencias sobre series y transformadas de Fourier

[8] Javier Duoandikoetxea. *Lecciones sobre las Series y Transformadas de Fourier*. UNAN-Managua, 2003.

[9] Luis Guillermo Ruiz Parra. *Transformadas de Fourier y Espacios de Sobolev en* $\mathbb{R}^n$. Universidad de Córdoba - Colombia, 2022. URL: https://repositorio.unicordoba.edu.co/server/api/core/bitstreams/40a4d7b2-31c4-4ab3-8b6b-82ab5f2654c7/content.