

ANÁLISIS COMPLEJO - SEGUNDO CUATRIMESTRE DE 2019

**Práctica N°2. Ejercicios adicionales.**

Sea  $T : (0, \infty) \times (0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}^2$  el cambio a coordenadas polares

$$T(r, \theta) = (r \cos(\theta), r \sin(\theta)).$$

1. Sea  $f : \Omega \subseteq \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $f = u + iv$ , una función holomorfa. Mostrar que las condiciones de Cauchy-Riemann en coordenadas polares se escriben:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \quad \text{y} \quad \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}.$$

2. Verificar que en coordenadas polares la derivada de  $f$  admite la siguiente expresión

$$f' = \exp(-i\theta) \left( \frac{\partial u}{\partial r} + i \frac{\partial v}{\partial r} \right) = \frac{\exp(-i\theta)}{r} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} - i \frac{\partial u}{\partial \theta} \right).$$

3. Sea  $f$  una raíz  $n$ -ésima. Calcular  $f'$ .