Preguntas para los Finales de Probabilidades y Estadística (Computación

Nicolas Saintier

Probabilidad. Definición y enunciados

1. Dar la definición de una medida de probabilidad P. Demuestre a partir de la definición que $P(A^c) = 1 - P(A)$ y que si $B \subset A$ entonces $P(A \setminus B) = P(A) - P(B)$.

2. Dar la definición de una medida de probabilidad P. Demuestre a partir de la definición que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

3. Dar la definición de una medida de probabilidad P. Demuestre a partir de la definición que si una sucesión de eventos $A_1, A_2, ...$ es creciente (es decir $A_1 \subset A_2 \subset ....$) entonces la probabilidad de $A := \cup_n A_n$ es $P(A) = \lim_n P(A_n)$.

Probabilidad condicional e independencia

4. En una muestra de 100 personas hay 13 enfermos no vacunados, 2 enfermos vacunados, 75 sanos vacunados, 10 sanos no vacunados. Elegimos una persona al azar y vemos que está enfermo. Cual es la probabilidad que no se haya vacunado?

5. Una familia tiene dos hijos. Sabemos que el primer hijo es varón. Cual es la probabilidad que el segundo hijo sea también varón?

6. Sabemos que una familia con dos hijos tiene por lo menos un hijo varón. Cual es la probabilidad que los dos sean varones?

7. Visitamos una familia con dos hijos. Tocamos el timbre y un chico varón abre la puerta. Cual es la probabilidad que el otro chico sea varón?

8. Demueste la regla de multiplicación de las probabilidades condicionales:
$$P(A_1 \cap \cdots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 \cap A_2) \dots P(A_n|A_1 \cap \cdots \cap A_{n-1}).$$

9. Una urna tiene 4 bolas negras y 3 rojas. Sacamos tres bolas sin reposición. Cual es la probabilidad que la primera bola salga negra y la tercera salga roja?

10. Enuncie y demuestre la fórmula de la probabilidad total y el Teorema de Bayes.

11. Hay tres puertas cerradas y un premio atras de una de las puertas. Elijo una puerta y el presentador abre una de las otras dos que no tiene premio. Me da la opcion de cambiar de puerta. Conviene cambiar? Justifique.

Variables aleatorias

12. Defina la función de distribución acumulada de una variable aleatoria X, enuncie sus propiedades y demuestre que para una variable aleatoria X discreta, $P(X = x) = F(x) - F(x^-)$ donde $F(x^-) = \lim_{h \to 0, h>0} F(x - h)$.

13. Sea $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua, estrictamente creciente y tal que $\lim_{x\to\infty} F(x) = 1, \lim_{x\to-\infty} F(x) = 0$. Demuestre que hay una variable aleatoria X que tiene a F como función de distribución acumulada.

14. Sean F_X e F_Y las funciones de distribución acumulada de las variables discretas X e Y, respectivamente. Demuestre que $P(X = x) = P(Y = x)$ para todo x si y solo si $F_X = F_Y$.

15. Demuestre que si $N(t) \sim \text{Poisson}(\lambda t)$ y $Y_n \sim \text{Gama}(n, \lambda)$. Entonces $P(N(t) \geq n) = P(Y_n \leq t)$ para todo entero no negativo n y real positivo t.

16. Demuestre que $X \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2)$ si y solo si $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim \text{Normal}(0, 1)$.

17. Enunciar y demuestrar la propiedad de falta de memoria de la disribución exponencial.

18. Sea X una variable aleatoria continua con densidad f_X tal que $P(X \in (a, b)) = 1$. Sea $g : (a, b) \to (c, d)$ biyectiva estrictamente creciente y C^1. Demostrar que la variable $Y := g(X)$ tiene por densidad

$$f_Y(y) = \begin{cases} f_X(g^{-1}(y))\,(g^{-1})'(y) & \text{si } y \in (c, d), \\ 0 \quad \text{sino.} \end{cases}$$

19. Sea U una variable uniforme en $[0, 1]$. Para $u \in [0, 1]$ defina $h(u) = \text{máx}\{u, 1-u\}$. Calcule la función de densidad de $X = h(U)$, su distribución acumulada, esperanza y varianza.

20. Sea $Z \sim N(0, 1)$. Probar que $Z^2 \sim \Gamma(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Deducir la distribución de $\sum_{i=1}^{n} Z_i^2$ donde $Z_1, .., Z_n$ son una muestra de $N(0, 1)$.

Vectores Aleatorios

21. Dada $a \in (0, 1)$, consideramos variables X, Y con valores en $\mathbb{N}$ que satisfacen $P(X = x, Y = y) = Ca^{x+y}$, $x, y \in \mathbb{N}$, donde C es la constante de normalización. Calcular C, las distribuciones de X e Y, y demostrar que X e Y son independientes.

22. Consideramos variables continuas X, Y no-negativas tales que $P(X \geq x, Y \geq y) = Ce^{-\lambda(x+y)}$ para $x, y \geq 0$. Calcule C, la distribución conjunta de (X, Y), las marginales de X e Y, y verificar que X e Y son independientes.

23. Sean X, Y independientes con distribución $N(0, 1)$. Calcule la distribución de $R := \sqrt{X^2 + Y^2}$.

24. Sean X, Y independientes con distribución $N(0, 1)$. Calcule la distribución de $\Theta := \arctan(Y/X)$.

25. Sean $X_1, X_2, \ldots$ positivas, independientes con la misma esperanza finita μ, y N una variable con distribución geométrica $Geom(p)$ independiente de los X_i. Calcule $E(\prod_{i=1}^{N} X_i)$.

26. Alicia y José acordaron encontrarse a las 8 de la noche para ir al cine. Como no son puntuales, se puede suponer que los tiempos X e Y en que cada uno de ellos llega son variables aleatorias con distribución uniforme entre las 8 y las 9. Además se supondrá que estos tiempos son independientes. Si ambos están dispuestos a esperar no más de 10 minutos al otro a partir del instante en que llegan, ¿cuál es la probabilidad de que se desencuentren?

27. Sea X una v.a. con distribución $N(\mu, \sigma^2)$ y sean $a \neq 0$ y b números reales. Pruebe que
$$a\,X + b \sim N(a\,\mu + b, a^2\,\sigma^2).$$
Deduzca que si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ entonces $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$.

28. Sean $X_1 \sim Exp(\lambda_1)$ y $X_2 \sim Exp(\lambda_2)$ independientes. Hallar la distribución de $\text{mín}\{X_1, X_2\}$.

29. En un día una gallina pone N huevos donde $N \sim Poisson(\lambda)$. Independientemente de la cantidad de huevos puestos, de un huevo cualquiera nace un pollito con probabilidad p. Hallar la distribución de la cantidad de pollitos nacidos.

30. Probar que si $X \sim \text{Poisson}(\lambda_1)$ e $Y \sim \text{Poisson}(\lambda_2)$ son independientes entonces $X+Y \sim \text{Poisson}(\lambda_1 + \lambda_2)$.

31. Sea (X, Y) un vector aleatorio con función de densidad conjunta
$$f_{(X,Y)}(x, y) = k(x^2 + y^2)1_{\{20 \leq x \leq 30, 20 \leq y \leq 30\}}$$
donde $k \in \mathbb{R}$. ¿Cuál es la probabilidad de X e Y sean ambos menores que 26 ?

Esperanza

32. Demuestre que si $X \geq 0$, entonces $E[X] = \int_0^\infty (1 - F_X(x))dx$ para los casos continuo y discreto.

33. Demuestre que si $X \geq 0$ y $E[X] = 0$, entonces $P(X = 0) = 1$.

34. Demuestre que la función $x \in \mathbb{R} \to E[X - x]^2$ alcanza un mínimo global en $x = E[X]$.

35. Calcule la esperanza de una variable de Poisson de parámetro λ.

36. Calcule la esperanza de una variable Binomial de parámetros n y p.

37. Demuestre que (1) $Var[X] \geq 0$; (2) $Var[X] = 0 \Leftrightarrow X = E[X]$; (3) $Var[X + a] = Var[X]$, $a \in \mathbb{R}$; (4) $Var[aX] = a^2 Var[X]$, $a \in \mathbb{R}$.

38. Demuestre que (1) $\text{cov}(X, Y) = E(XY) - E[X]\,E[Y]$; (2) $\text{cov}(X, X) = Var[X]$; (3) $\text{cov}(X, Y) = \text{cov}(Y, X)$; (5) $\text{cov}(aX + bY, Z) = a\,\text{cov}(X, Z) + b\,\text{cov}(Y, Z)$.

39. Demuestre (a) $Var(X + Y) = Var[X] + Var[Y] + 2\text{cov}(X, Y)$ y
(b) X, Y independientes implica $\text{cov}(X, Y) = 0$. ¿Vale la recíproca ?

40. De un ejemplo de variables (continuas o discretas) no independientes con covarianza 0.

41. Demuestre que si a, b, c y d son números reales, $a \neq 0$, $c \neq 0$ y X e Y variables aleatorias con varianza positiva, entonces $\rho(aX + b, cY + d) = \text{sg}(ac)\,\rho(X, Y)$, donde sg y ρ denotan la función signo y la correlación respectivamente.

42. Demuestre que si $P(X \geq Y) = 1$ entonces $E[X] \geq E[Y]$.

43. Demuestre que si X es constante, es decir $P(X = c) = 1$ para algún c, entonces $E[X] = c$.

44. Sea el vector aleatorias (X, Y) con distribución
$$P(X = x, Y = y) = \begin{cases} 1/10 & , x = 1, 2, 3, 4, \;\; y = 1, 2, 3, 4 \;\text{ e }\; y \leq x \\ 0 & , \text{caso contrario} \end{cases}$$
Calcular el coeficiente de correlación $\rho(X, Y)$ entre X e Y y decidir si X e Y son o no independientes.

Esperanza condicional

45. Se lanzan tres monedas honestas y se definen X = cantidad de caras, Y = cantidad de monedas iguales. Calcule la función de probabilidad conjunta de X e Y. Las variables X e Y son independientes? Calcule $E(X \mid Y = 2)$, la esperanza condicional de X dado $Y = 2$.

46. Se lanza un dado un equilibrado. Notamos X el número obtenido e $Y = 1$ si el número es par, $Y = 0$ sino. Calcule $E(X|Y = 1)$ y $E(Y|X \leq 4)$.

47. Sea (X, Y) un vector aleatorio con función de densidad
$$f_{(X,Y)}(x, y) = \lambda^2 e^{-\lambda y} 1_{\{0<x<y\}}.$$
Qué distribución tiene $X|_{Y=y}$, para $y > 0$?

48. Sea $N \sim \text{Poisson}(\lambda)$ y $X_i \sim$Bernoulli(p), $i \geq 1$, variables aleatorias independientes. Calcule $E\big(\sum_{i=1}^{N} X_i\big)$.

49. Sea (X, Y) un vector continuo en $\mathbb{R}^2$ con densidad
$$f(x, y) = \begin{cases} \lambda^2 e^{-\lambda y} & \text{si } 0 < x < y, \\ 0 & \text{sino.} \end{cases}$$
Demuestre que X e $Y - X$ son variables aleatorias independientes con distribución $Exp(\lambda)$.

50. Demuestre la identidad de Wald: Sean X_i $i \geq 1$, variables identicamente distribuídas con esperanza finita, y N una variable aleatoria con valores en $\mathbb{N}$ de esperanza finita e independiente de los X_i. Probar que $E\Big[\sum_{i=1}^{N} X_i\Big] = E[N] \times E[X_1]$.

51. Un minero está en el fondo de una mina y ve tres túneles: 1, 2 y 3. El tunel 1 lleva a la salida en una hora. El tunel 2 vuelve a la misma encrucijada en 2 horas y el tunel 3 vuelve a la encrucijada en 3 horas. Cada vez que el minero está en la encrucijada, elige uno de los túneles con probabilidad 1/3, independientemente de lo que eligió antes. Sea T el tiempo que tarda en salir de la mina. Calcule $E[T]$.

Generación de variables aleatorias

52. Sea F la función de distribución acumulada de una distribución de probabilidad f. Supongamos para simplificar que F es una biyección de $\mathbb{R}$ en $(0, 1)$. Demuestre que si $U \sim \text{Uniforme}[0, 1]$, entonces $Y := F^{-1}(U)$ tiene distribución f.

53. Sea $U \sim \text{Uniforme}[0, 1]$. Demuestre que $\frac{-\log(1-U)}{\lambda} \sim \text{Exponencial}(\lambda)$.

54. Sea $U \sim \text{Uniforme}[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Demuestre que $X := \tan(U)$ sigue una distribución de Cauchy (es decir: X es una va continua de densidad $f_X(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+x^2}$).

55. Sean $p_1 < p_2$. Construya un vector (X_1, X_2) tal que $X_i \sim \text{Bernoulli}(p_i)$, $i = 1, 2$, y $P(X_1 \leq X_2) = 1$.

56. Suponga que f y g son densidades de probabilidad tales que $f(x) \leq cg(x)$ para todo x, donde $c > 0$. Sean $Y_1, Y_2, ...$ y $U_1, U_2, ...$ independientes donde Y_i tiene distribución g y $U_i \sim \text{Uniforme}[0, 1]$. Notamos
$$A := \Big\{(x, u) \in \mathbb{R} \times [0, 1] : u \leq \frac{f(x)}{cg(x)}\Big\}, \qquad T := \text{mín}\{n : (Y_n, U_n) \in A\}.$$
Demuestre que Y_T tiene distribución f.

Función característica ϕ_X de una va X.

57. Demuestre que si $X_1, \ldots, X_n$ son independientes, entonces $\phi_{X_1+\ldots+X_n} = \phi_{X_1} \ldots \phi_{X_n}$.

58. Calcular la función característica de una va con distribución Poisson(λ). Use ese cálculo para probar que una suma finita de variables aleatorias Poisson independientes es Poisson. Justifique con cuidado los pasos.

59. Sea $X_1, X_2, \ldots$ va i.i.d distribución exponencial $Exp(\lambda)$, y N una variable aleatoria geométrica independiente de los X_i. Calcular la función característica de $Z := \sum_{i=1}^{N} X_i$ y deducir la distribución de Z.

Convergencia de variables aleatorias

60. Sea S_n una variable aleatoria Binomial$(n, \lambda/n)$. Hallar $\lim_{n\to+\infty} P(S_n = k)$ para todo entero k.

61. Sea $U_n \sim$ Uniforme$\{\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \ldots, \frac{n}{n}\}$. Calcule el límite en distribución de U_n cuando $n \to \infty$.

62. Sea Y_n una geométrica de parámetro $p_n = \lambda/n$. Calcule el límite en distribución de Y_n/n cuando $n \to \infty$.

63. Enunciar y demostrar las desigualdades de Markov y Tchebyshev.

64. Enuncie y demuestre la Ley de los Grandes Números para variables aleatorias con segundo momento finito (admitiendo Tchebyshev).

65. Sea X_n una variable Poisson(λn). Demuestre que X_n/n converge en probabilidad a λ.

66. Sea X_n una variable Gama(n, λ). Demuestre que X_n/n converge en probabilidad a $1/\lambda$.

67. Sean $X_1, \ldots, X_n$ v.a. i.i.d. con distribución exponencial de parámetro $\lambda = 2$. Indique el valor del siguiente límite en probabilidad:
$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} 1_{\{X_i \le 1\}} = \ldots \ .$$

68. Sean $X_1, X_2 \ldots$ v.a. i.i.d. con función de distribución exponencial de parámetro λ y sean $Y_1, Y_2 \ldots$ v.a. i.i.d. e independientes de las X_i con distribución uniforme en $(0, 1)$. Considerar las variables
$$Z_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} 1_{\{X_i \le 1\}} 1_{\{Y_i \le 0{,}5\}}.$$
Hallar la esperanza y la varianza de Z_n, y el valor del límite en probabilidad de Z_n.

69. Sean $X_1, \ldots, X_n$ variables aleatorias i.i.d. niformes en $[0, 1]$. Consideramos las variables
$$Y_n = \min(X_1, \ldots, X_n), \quad Z_n = \max(X_1, \ldots, X_n), \quad U_n = nY_n \qquad V_n = n(1 - Z_n).$$
Probar que: U_n y V_n convergen en distribución a una variable exponencial de parámetro 1.

70. Enuncie el Teorema Central del Límite. Sea $(S_n)_{n\geq 1}$ una sucesión de variables aleatorias tales que $S_n \sim \text{Binomial}(n,p)$ con $p = 0{,}3$. Indique el valor del siguiente límite:

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}\left(\frac{S_n - 0{,}3n}{\sqrt{0{,}3(1-0{,}3)n}} \leq 1{,}64\right) = \dots \, .$$

71. Enuncie el Teorema Central del Límite. Sean Y_n con distribución $Poisson(\lambda n)$. Demuestre que $\frac{Y_n - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}}$ converge en distribución a una variable $N(0,1)$ cuando $n \to +\infty$.

72. Enuncie el Teorema Central del Límite. Demuestre que si $Y_n \sim \text{Gama}(n,\lambda)$, $n \in \mathbb{N}$, entonces $\frac{Y_n - n/\lambda}{\sqrt{n}/\lambda}$ converge en distribución a una variable $N(0,1)$ cuando $n \to +\infty$.

73. Enuncie el Teorema Central del Límite. Demuestre que si $Y_n \sim \text{Binomial}(n,p)$ con n entero y $p \in (0,1)$, entonces $\frac{Y_n - np}{\sqrt{np(1-p)}}$ converge en distribución a una variable $N(0,1)$ cuando $n \to +\infty$.

74. Sean X_i, $i = 1,2,\dots$ variables aleatorias independientes con distribución $P(X_i = -1) = P(X_i = 1) = 1/2$. Sea $S_n := \sum_{i=1}^n X_i$. Demuestre que $\lim_{n\to\infty} \sqrt{n} P(\frac{S_{2n}}{\sqrt{2n}} = 0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$.

Procesos de Poisson

75. Sean $\tau_1, \tau_2, \dots$ iid Exponencial(λ). Sea $Y_0 = 0$ y $Y_n := \tau_1 + \cdots + \tau_n$. Defina $N(s) := \max\{n : Y_n \leq s\}$. Demuestre que $N(s) \sim \text{Poisson}(\lambda s)$ (como variable aleatoria).

76. Demuestre que la distribución de la n-ésima llegada de un proceso de Poisson tiene distribución Gama(n,λ).

77. Los clientes llegan a un banco de acuerdo a un proceso de Poisson de parámetro 3 por minuto, cual es la probabilidad que los tres primeros clientes lleguen antes de los 3 primeros minutos?

78. Consideramos un proceso de Poisson de tasa λ. Calcule la probabilidad que ocurran simultaneamente los eventos $A = \{\text{hay 3 llegadas en el intervalo } [0,3]\}$ y $B = \{\text{hay 4 llegadas en el intervalo } (3,4]\}$.

Estimadores

79. Hallar el estimador de momentos de θ para la distribución Uniforme$[-\theta,\theta]$.

80. Sea $X \sim \text{Gama}(\alpha,\lambda)$. Plantee las ecuaciones para los estimadores de momentos de α y λ.

81. Hallar el estimador de máxima verosimilitud de p para la variable $X \sim \text{Bernoulli}(p)$.

82. Dar el estimador de máxima verosimilitud de λ para la variable $X \sim \text{Exponencial}(\lambda)$.

83. Dar el estimador de máxima verosimilitud de θ para la variable $X \sim \text{Uniforme}[0,\theta]$.

84. Hallar el estimador de máximo verosimilitud del párametro a de la distribución

$$f(x) = \begin{cases} ax^{-(a+1)} & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde $a > 1$. ¿Es consistente ?

85. Hallar el estimador de máximo verosimilitud del párametro θ de la distribución

$$f(x) = \begin{cases} 2\theta\, x\, e^{-\theta x^2} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Es consistente ?

86. Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra de la distribución

$$f(x;\theta) = \frac{2x}{\theta^2} 1_{[0,\theta]}(x).$$

Obtenga los estimadores de momentos y de máxima verosimilitud de θ, y decida si son insesgados y/o asintoticamente insesgados.

87. Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra de la distribución

$$f(x;\theta) = e^{-(x-\theta)} 1_{\{x \geq \theta\}}.$$

Hallar el estimador de máxima verosimiltud de θ. Es consistente?

88. Defina el sesgo de un estimador, un estimador insesgado, un estimador asintoticamente insesgado, y un estimador consistente. El estimador $\bar{X}_N$ para la media μ de una distribución es insesgado, asintoticamente insesgado, consistente ? Probarlo.

89. Para la distribución normal $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, hallar el EMV de μ cuando σ^2 es conocido, y el EMV de σ^2 cuando μ es conocido.

90. Sean X_1, X_2,... , X_n i.i.d. con esperanza μ y varianza σ^2 finitas. El estimador $\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \overline{X})^2}{n}$ de σ^2 es insesgado, asintoticamente insesgdo ? Si no es insesgado, hallar un estimador de σ^2 que lo sea.

91. Defina el error cuadrático medio (ECM) de un estimador y demuestre que es la suma de la varianza mas el cuadrado del sesgo.

92. Sean $X_1, X_2, ...$ una muestra de la distribución normal $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Para estimar μ^2 se considera el estimador $(\overline{X_N})^2$. Es insesgado? Consistente? Sug: para calcular $E[(\overline{X_N})^2]$ se podrá recordar que si $Z \sim N(0,1)$ entonces $Z^2 \sim \chi_1^2 = \Gamma(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ por lo que $E[Z^2] = 1$.

93. Decir si los estimadores de momentos y de máxima verosimilitud de θ para $X \sim$ Uniforme$[0, \theta]$ son insesgados y/o asintoticamente insesgados.

Intervalos de confianza

94. Enuncie el Teorema Central de Límite y justifique la aproximación de la distribución Binomial por la distribución normal. Sean $X_1, ..., X_n$ v.a. i.i.d. con distribución Bernoulli de parámetro p. Halle un intervalo de confianza de nivel aproximado $1 - \alpha$ para p.

95. Sean $X_1, ..., X_n$ v.a. i.i.d. con distribución Exponencial de parámetro λ. Halle un intervalo de confianza de nivel exactamente $1 - \alpha$ para el parámetro λ. Sug: se podrá usar (después de probarlo) que si $X \sim Exp(\lambda)$ entnces $2\lambda \sim Exp(\frac{1}{2})$ por lo que $2\lambda \sum_{i=1}^n X_i \sim \Gamma(n, \frac{1}{2}) = \chi^2_{2n}$.

96. Construya un intervalo de confianza de nivel $1 - \alpha$ para la media de la distribución normal $N(\mu, \sigma^2)$ con varianza conocida. Y si no se conoce la varianza ?

97. Construya un intervalo de confianza de nivel $1 - \alpha$ para la varianza de la distribución normal $N(\mu, \sigma^2)$ con experanza conocida. Y si no se conoce la esperanza ?

Test de hipótesis

98. Sea $X \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2)$ con $\sigma^2 = 9$ conocida. Se quiere testear la hipótesis $H_0 : \mu = 30$ contra $H_a : \mu > 30$. Se toma una muestra de tamaño 16 obteniendo un promedio muestral $\bar{x} = 31$. Calcule el P-valor y decida si se rechaza el test a nivel 0,01. Calcule el error de tipo 2 a nivel 0,01 si el valor verdadero de μ es $\mu = 32$.

99. Se toman 25 mediciones de la temperatura en cierto sector de un reactor obteniéndose un promedio muestral $\bar{x} = 249^oC$ y un desvío muestral $s = 2{,}8^oC$. A nivel $\alpha = 0{,}05$ decida si (a) la temperatura media en ese sector del reactor es menor que 250^oC y (b) la varianza de la temperatura en ese sector del reactor es mayor que $(2^oC)^2$. Suponga los datos normales.

100. Un sujeto acierta el color (rojo o negro) de 850 de 1600 cartas puestas al dorso. Queremos decidir si creemos que es adivino. Defina el test, el estadístico utilizado y calcule el P-valor para este test. Que decisión toma a nivel 1 % ? Y a nivel 0,5 % ?

101. Una de las leyes de Murphy más conocidas establece que si se deja caer una tostada untada con dulce, siempre cae del lado untado. Para testear la Ley de Murphy se lanzan $n = 100$ tostadas al aire y se observa que 56 de ellas caen con el dulce para el piso. Considera usted que a nivel 0,05 hay evidencias en favor de la Ley de Murphy?