

## PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA (C)

### SIMULACIÓN PRÁCTICA 8 - INTERVALOS DE CONFIANZA

- *Interval that contains an unknown quantity with a given frequency-*  
*All of Statistics, Wasserman*

#### Modelo normal - intervalos para $\mu$

1. Implemente una función IC1 que tenga por input un conjunto de datos  $x_1, \dots, x_n$ , provenientes de una muestra aleatoria con distribución normal con varianza conocida, el nivel  $1 - \alpha$  y el desvío verdadero, y devuelva el intervalo de confianza de nivel  $1 - \alpha$  para  $\mu$ .

```
IC1<-function(datos, nivel, desvio)
{
. . .
return(intervalo)
}
```

2. Calcule el intervalo estimado correspondiente a los siguientes datos

$$(-1.33, -0.16, -0.77, -0.25, 0.21),$$

para una confianza de 0.95, asumiendo que  $\sigma = 0.1$ .

Vamos a evaluar intervalo de confianza construido a través de su nivel de cubrimiento empírico.

**Nivel de Cubrimiento empírico:** El nivel de cubrimiento empírico (de un procedimiento) se define como la proporción de veces que los intervalos (construidos con el procedimiento) utilizando datos simulados contiene a  $\mu$  (o  $\theta$ ), en cierta cantidad  $Nrep$  de replicaciones.

### Simulación 1: Normal con media conocida.

3. (a) Genere variables con distribución normal de media  $\mu = 0$  y  $\sigma = 0.1$ . Genere  $N_{rep}=1000$  muestras de tamaño  $n = 5$ . En cada replicación, calcule el intervalo de confianza de nivel 0.9.
- (b) Calcule la proporción de veces a lo largo de las  $N_{rep}=1000$  repeticiones donde el intervalo contiene al verdadero valor de  $\mu$ . ¿Qué observa?
- (c) Repita con  $n = 10, n = 30$  y  $n = 100$  y/o con  $N_{rep} = 10000$ .

**Simulación 2: Haciendo las cosas mal.** Queremos ahora hacer intervalos de confianza para  $\mu$ , pero sin conocer el valor de la varianza.

4. (a) En un acto de ingenuidad, genere simulaciones igual que en el ejercicio previo, utilizando IC1 pero con el desvío muestral  $S$  en lugar del verdadero valor de  $\sigma$ .
- (b) Evalúe el nivel de cubrimiento empírico de este procedimiento generando datos como en el ítem anterior. ¿Qué observa?

### Simulación 3: Haciendo las cosas bien.

5. Implemente una función IC2 que tenga por input la muestra y el nivel  $1 - \alpha$  y devuelva el intervalo de confianza de nivel  $1 - \alpha$  para  $\mu$  bajo el modelo normal con varianza desconocida.
6. (a) Genere  $N_{rep} = 1000$  muestras de tamaño  $n = 5$  (u otro tamaño a elección). En cada replicación, calcule el intervalo de confianza de nivel 0.9.
- (b) Calcule la proporción de veces a lo largo de las  $N_{rep}=1000$  repeticiones donde el intervalo contiene al verdadero valor de  $\mu$ . ¿Qué observa?

### Modelo normal - intervalos para $\sigma^2$

7. Implemente una función IC3 que tenga por input la muestra y el nivel  $1 - \alpha$  y devuelva el intervalo de confianza de nivel  $1 - \alpha$  para  $\sigma^2$  bajo el modelo normal con media conocida.

#### Simulación 4: Normal con media conocida.

8. Genere variables con distribución normal de media  $\mu = 0$  y  $\sigma = 0.1$ . Genere Nrep=1000 muestras de tamaño  $n = 10$ . En cada replicación, aplique la fórmula del intervalo de confianza para la varianza de nivel 0.9 bajo normalidad con media conocida (IC3). Evalúe el nivel de cubrimiento empírico.
9. Genere variables con distribución normal de media  $\mu = 0$  y  $\sigma = 0.1$ . Genere Nrep=1000 muestras de tamaño  $n = 10$ . En cada replicación, aplique la fórmula del intervalo de confianza para la varianza de nivel 0.9 bajo normalidad con media conocida (IC3), pero *inputando* el valor  $\bar{X}$  en lugar de la media conocida. Evalúe el nivel de cubrimiento empírico.

#### Modelo exponencial - intervalos para $E(X)$

10. Implemente una función IC4 que tenga por input un conjunto de datos  $x_1, \dots, x_n$ , provenientes de una muestra aleatoria con distribución exponencial  $\varepsilon(1/\theta)$  y el nivel  $1 - \alpha$ , y devuelva el intervalo de confianza de nivel  $1 - \alpha$  para  $\theta$ .

#### Simulación 5: Exponencial.

11. Genere variables con distribución exponencial  $\varepsilon(1/2)$ . Genere Nrep=1000 muestras de tamaño  $n = 10$ . En cada replicación, aplique la fórmula del intervalo de confianza para  $\theta$  de nivel 0.9 (IC4). Evalúe el nivel de cubrimiento empírico.