

**MATEMATICA 2 - Segundo Cuatrimestre 2019****Práctica 5 - Determinante**

1. Calcular el determinante de las siguientes matrices:

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -3 & 0 & -1 \\ 1 & -4 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Sea  $A \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$  con  $\det(A) = 8$ . Calcular  $\det(3A)$  y  $\det(-A)$ .

3. Demostrar, sin calcular, que los determinantes de las siguientes matrices son nulos.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 3 & 1 & -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x & y & 2x + 3y \\ 4 & 3 & 17 \\ z & t & 2z + 3t \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \operatorname{sen}^2 a & 1 & \operatorname{cos}^2 a \\ \operatorname{sen}^2 b & 1 & \operatorname{cos}^2 b \\ \operatorname{sen}^2 c & 1 & \operatorname{cos}^2 c \end{pmatrix}$$

4. Calcular el determinante de las siguientes matrices:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 5 \\ 4 & -5 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & -1 & 7 \\ 6 & 3 & -4 & 8 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ -1 & 0 & 3 & \dots & n \\ -1 & -2 & 0 & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -2 & -3 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & \dots & a_2 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_{n-1} & \dots & 0 & 0 \\ a_n & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Si  $A$  es una matriz inversible tal que tanto  $A$  como  $A^{-1}$  tienen sus coeficientes enteros, ¿por qué ambos determinantes deben dar 1 ó  $-1$ ?

6. Demostrar que las raíces de la ecuación  $\det \begin{pmatrix} \lambda - a & b \\ b & \lambda - c \end{pmatrix} = 0$ , para  $a, b, c \in \mathbb{R}$  dados, y la variable  $\lambda$ , son reales.

7. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & a \end{pmatrix}$$

Hallar todos los valores de  $a \in \mathbb{R}$  para los que  $A$  es inversible y en esos casos hallar la inversa.

8. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ , probar que no existe ninguna matriz  $C \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  inversible que satisfice que  $CB = AC$ . ¿Y si no se pide que  $C$  sea inversible?

9. Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 3 & -4 & -7 \end{pmatrix}$$

y sea  $b \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  cualquiera. ¿Puede el sistema de ecuaciones lineales  $Ax = b$  tener una única solución?

10. ¿Para qué valores de  $a \in \mathbb{R}$  tiene el sistema lineal

$$\begin{cases} -x + ay + z & = a \\ -x + (1 - a)z & = 1 \\ -x + y + z & = a^2 \end{cases}$$

una única solución? Resolver el sistema para cada valor de  $a \in \mathbb{R}$ .

11. Encontrar **todos** los valores de  $a \in \mathbb{R}$  para los cuales el sistema  $Ax = x$  admite una solución no nula, para

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 2 & a + 1 & a \\ -1 & a & 0 \end{pmatrix}.$$

12. a) Calcular el área del triángulo con vértices en el  $(0, 0)$ ,  $(2, 2)$  y  $(-1, 3)$ .

b) Calcular el volumen del paralelepípedo con 4 vértices en  $(0, 0, 0)$ ,  $(-1, 2, 2)$ ,  $(2, -1, 2)$  y  $(2, 2, -1)$ . ¿Cuáles son sus otros vértices?