

Nombre y apellido:

Número de libreta:

1	2	3	Calificación

Investigación Operativa
Primer Parcial – 7 de Septiembre de 2018

Ejercicio 1. Una empresa de perfumes cuenta con tres plantas de producción ($P1$, $P2$ y $P3$) y cuatro centros de embotellamiento y distribución ($D1$, $D2$, $D3$ y $D4$). La empresa fabrica tres fragancias ($F1$, $F2$ y $F3$).

El costo de transporte por cada litro de fragancia (sin importar el tipo) desde la planta de producción al centro de embotellamiento y distribución y su demanda (en litros) viene dado por la siguiente tabla, así como también la cantidad de perfume (en litros) que produce cada planta:

	$D1$	$D2$	$D3$	$D4$	Producción $F1$	Producción $F2$	Producción $F3$
$P1$	3	7	11	9	845.3	650	235.5
$P2$	5	3	7.5	8	560.5	710	460.5
$P3$	8	6.5	7	2	150.7	600.5	800
Demanda de $F1$	480.5	420.4	355.6	300			
Demanda de $F2$	645.5	315	620.2	379.8			
Demanda de $F3$	456	210.5	476.5	353			

La demanda debe ser satisfecha. Notar que la cantidad de perfume transportada puede ser fraccionaria, ya que las fragancias son vendidas en botellas de distintos tamaños. Plantear un modelo de PL para planificar el transporte de las fragancias de manera tal que el costo sea mínimo. Se pide además que:

- (1) $D3$ no puede recibir $F1$ de $P1$ y de $P2$ al mismo tiempo (es decir, puede recibir a lo sumo de alguno de ellos).
- (2) Que al menos el 15% de la cantidad de $F2$ que reciba $D4$ provenga de $P3$.
- (3) Que $D1$ reciba una cantidad estrictamente mayor que 50 litros de $F3$ provenientes de $P1$.
- (4) Que la diferencia entre la cantidad de $F2$ y de $F3$ que recibe $D1$ desde $P3$ no supere los 40 litros.

Ejercicio 2.

- (a) Se tienen $m + 1$ variables binarias: z, x_1, x_2, \dots, x_m . Modelar mediante restricciones lineales la expresión $z \iff x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_m$

Sugerencia: Puede ayudar analizar el caso $m = 2$

- (b) La organización de un congreso internacional decidió albergar a los n participantes del mismo en un hotel que tiene h habitaciones. La j -ésima habitación del hotel tiene capacidad para c_j personas, y tiene una calificación de e_j estrellas. Además se conoce que la i -ésima persona es de país de origen p_i , tiene a_i años y se dedica al estudio del tema t_i .

Luego de una larga deliberación, la organización concluyó que necesariamente al ubicar a cada persona en una habitación del hotel se debe cumplir que:

- (1) Toda persona sea ubicada en alguna habitación
- (2) Se evite asignar más personas a una habitación que la capacidad de la misma

- (3) Se evite ubicar personas de Argentina y Brasil en una misma habitación.
- (4) No haya más de 2 personas que estudien el mismo tema en una misma habitación
- (5) Las personas que tengan al menos 50 años sean ubicadas en habitaciones de 3 estrellas o más
- (c) Por otro lado, la organización todavía no logró definir con qué criterio desempatar entre distintas posibles asignaciones. Las propuestas existentes son las siguientes:
- (1) Minimizar la cantidad de habitaciones utilizadas (con al menos una persona)
- (2) Minimizar la máxima diferencia de edad entre dos personas de una misma habitación.
- (3) Dados G grupos de amigos (llamamos A_g al g -ésimo grupo de amigos), se busca maximizar la cantidad de grupos de amigos que son asignados a una misma habitación.
- Sugerencia:** Usar el ítem (a)

Tu tarea es formular un modelo de programación lineal entera que modele las condiciones que deben cumplirse necesariamente (ítem (b)), y luego formular cómo incorporar a ese modelo cada criterio de desempate entre soluciones (cada uno por separado, ítem (c)).

Ejercicio 3. Se tiene un tablero de $m \times n$ casillas (m filas y n columnas). Originalmente hay peones de ajedrez ubicados en el tablero. Se desean ubicar caballos y torres de ajedrez en él, de forma tal que se maximice la cantidad de caballos ubicados. Además, de todas las soluciones que optimizan la cantidad de caballos, buscamos una que minimice la cantidad de torres ubicadas.

Como es de esperar, no se considera factible a cualquier ubicación de las piezas en el tablero. Concretamente, solo se consideran factibles aquellas que cumplan que :

- (1) Los caballos ubicados amenazan a exactamente dos piezas
- (2) Las torres ubicadas amenazan a al menos un caballo
- (3) No hay más de una pieza en una misma casilla
- (4) Hay al menos $\lfloor \frac{m}{3} \rfloor$ caballos en cada columna
- (5) Hay al menos $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ caballos en cada fila

Tu tarea es formular un modelo de programación lineal entera que resuelva el problema.

Sugerencia 1: Puede considerar que tiene a su disposición como parámetro una matriz binaria $P \in \mathbb{B}^{m \times n}$ tal que

$$(P)_{ij} = 1 \iff \text{"hay un peón ubicado en } (i, j)\text{"}$$

Sugerencia 2: Puede considerar que conoce para cada (i, j) los conjuntos

$$\mathcal{V}_{ij} = \{(s, t) : (s, t) \text{ es alcanzable en un movimiento de caballo desde } (i, j)\}$$