Clase Práctica del 15/10.

Ejercicio 1. Probar que son equivalentes:

a) G es un árbol.

b) G es un grafo conexo y para cualquier terna de caminos con intersección no vacía dos a dos, necesariamente tienen un vértice en común los 3 caminos.

Ejercicio 2. Sea $G = (V, E)$ un grafo conexo y pesado y sea T un árbol generador mínimo de G. Decidir si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas: demostrándola en caso de veracidad y exhibiendo un contraejemplo en caso de falsedad.

a) Si se disminuye el peso de una sola rama de G, entonces T sigue siendo un árbol generador mínimo.

b) Sea $v \in V$. Si $\widetilde{T}$ es un árbol generador mínimo de $G \setminus \{v\}$, entonces $\widetilde{T}$ se puede extender a un es un árbol generador mínimo de G.

c) Para $V' \subset V$, sea G' y T' los subgrafos inducidos por V' de G y T, respectivamente. Si G' es conexo, entonces T' es un árbol generador mínimo de G'.

Ejercicio 3. Sea $G = (V, E)$ un grafo conexo y pesado. Probar que si para toda partición de V en dos conjuntos disjuntos, existe una única arista de peso mínimo que los conecta, entonces G tiene un único árbol generador mínimo. Exhibir con un contraejemplo que no vale la vuelta.