Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Depto. de Matemática

Análisis Complejo - Segundo Cuatrimestre de 2019

Práctica N°2. Ejercicios adicionales.

Sea $T:(0,\infty)\times(0,2\pi)\to\mathbb{R}^2$ el cambio a coordenadas polares

$$T(r, \theta) = (r \operatorname{sen}(\theta), r \cos(\theta)).$$

1. Sea $f:\Omega\subseteq\mathbb{C}\to\mathbb{C},\,f=u+iv,$ una función holomorfa. Mostrar que las condiciones de Cauchy-Riemann en coordenadas polares se escriben:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}$$
 y $\frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}$.

2. Verificar que en coordenadas polares la derivada de f admite la siguiente expresión

$$f' = \exp(-i\theta)(\frac{\partial u}{\partial r} + i\frac{\partial v}{\partial r}) = \frac{\exp(-i\theta)}{r}(\frac{\partial v}{\partial \theta} - i\frac{\partial u}{\partial \theta}).$$

3. Sea f una raiz n-ésima. Calcular f'.