Análisis Numérico

Segundo Cuatrimestre 2019

TP 1 - Tema 2: Ondas 1D - Resonancia.

Dado $\Omega = [0, 2\pi]$, y $f : \Omega \times [0, T] \longrightarrow \mathbb{R}$, se quiere hallar $U : \Omega \times [0, T] \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}(x,t) = \alpha \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}(x,t) + f(x,t) \qquad (x,t) \in \Omega \times [0,T]$$

con condiciones de contorno periódicas en x y datos iniciales:

$$\begin{array}{rcl} U(x,0) & = & v(x) \\ \frac{\partial U}{\partial t}(x,0) & = & w(x) \end{array}$$

Para ello se plantea el sistema dado por el cambio de variables $P = U_x$, $Q = U_t$:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} P_t(x,t) & = & Q_x(x,t) \\ Q_t(x,t) & = & P_x(x,t) + f(x,t) \end{array} \right. \tag{1}$$

Escriba un programa que resuelva (1) utilizando un método explícito para el tiempo y un método espectral a través de la transformada rápida de Fourier para las derivadas espaciales.

El programa debe recibir como input (o asignar en las primeras líneas) los parámetros h, y Δt, los datos iniciales y el forzante, y graficar la evolución temporal de la solución.

Probarlo con distintas combinaciones de los siguientes datos:

$$\begin{array}{rcl} v(x) & = & 0 \\ v(x) & = & \operatorname{sen}(x) \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} w(x) & = & 0 \\ w(x) & = & \cos(x) \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} f(x,t) & = & 0 \\ f(x,t) & = & \frac{1}{10}\operatorname{sen}(2x)\cos(12t) \\ f(x,t) & = & \frac{1}{10}\operatorname{sen}(2x)\cos(25t/2) \end{array}$$