Análisis Numérico

Segundo Cuatrimestre 2019

TP 1 - Tema 1: Convección Difusión con ADI

Dado $\Omega = [0,1]^2$, el cuadrado unitario y $f : \Omega \times [0,T] \longrightarrow \mathbb{R}$, se quiere hallar $u : \Omega \times [0,T] \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \alpha \Delta U - \beta \frac{\partial U}{\partial x} \qquad (x,y) \in \Omega,\ t \in [0,T] \tag{1}$$

con condiciones de contorno Dirichlet homogéneas en y y periódicas en x, y dato inicial:

$$u(x,y,0) = g(x,y)$$

Escriba un programa que resuelva (1) utilizando el método de direcciones alternadas en dos pasos:

$$\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j}^{n}}{\frac{\Delta t}{2}} = \alpha \delta_x^2 u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \alpha \delta_y^2 u_{i,j}^{n} - \beta \delta_x u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}},$$
$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\frac{\Delta t}{2}} = \alpha \delta_x^2 u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \alpha \delta_y^2 u_{i,j}^{n+1} - \beta \delta_x u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}.$$

Siendo:

$$\delta_x^2 u_{i,j}^k = \frac{u_{i+1,j}^k - 2u_{i,j}^k + u_{i-1,j}^k}{h_x^2}, \qquad \delta_x u_{i,j}^k = \frac{u_{i+1,j}^k - u_{i-1,j}^k}{2h_x},$$

los operadores centrados para discretizar la derivada segunda y la derivada primera respectivamente.

El programa debe recibir como input (o asignar en las primeras líneas) los parámetros h_x, h_y y Δt y el dato inicial $g(x,y)$, y graficar la evolución temporal de la solución.