

Clase práctica 3 28/08 Proba (C) Turno Tarde

Ejercicio 1. *Un estudio de sangre tiene un porcentaje de efectividad del 95% en detectar una enfermedad cuando el paciente está enfermo. Sin embargo, el estudio también da positivo en un 1% de las personas que no tienen esta enfermedad (estos casos son llamados 'falsos positivos'). La prevalencia de la enfermedad es del 0.5%, es decir el porcentaje de personas enfermas en la sociedad es de uno cada doscientos. Cuál es la probabilidad de que una persona esté enferma si el estudio de sangre arrojó un resultado positivo?*

Ejercicio 2. (Monty Hall) *En el juego de Monty Hall un participante debe elegir inicialmente una puerta de tres posibles. Detrás de una de las puertas hay un auto, y detrás de las otras dos hay cabras. Una vez que el jugador eligió una puerta, s.p.g. supongamos que eligió la puerta uno, el presentador, que conoce que hay detrás de cada puerta, abre una de las dos puertas restantes mostrando una cabra, s.p.g. abre la puerta tres. Luego le pregunta al participante si desea cambiar de puerta. Conviene cambiar de puerta?*

Ejercicio 3. (Algo de genética) *Las cualidades heredables se codifican en los genes. Todas las células del cuerpo, excepto las reproductivas, llevan una copia de la carga genética propia. Los genes vienen de a pares. La mayor parte de las características observables depende de varios pares de genes. Hay algunas (pocas, como el color de ojos, el hecho de ser zurdo, y algunas otras) que son determinadas por un sólo par de genes. Un bebé recién nacido recibe exactamente uno de los miembros de cada gen de cada uno de sus padres, mientras que los dos genes de cada padre tienen igual probabilidad de ser transmitidos a su bebé. Esto para cada gen y para cada hijo de manera independiente. Los genes relacionados con el albinismo se denotan por A y a . Solamente aquellas personas que reciben el gen a de ambos padres será albino. Las personas que tengan el par Aa serán de aspecto normal y, como pueden legar el rasgo a sus hijos, se llaman portadores. Supongamos que una pareja de aspecto normal tiene dos hijos, exactamente uno de los cuales es albino.*

a) *Cuál es la probabilidad de que el hijo no albino sea portador?*

Supongamos que el hijo no albino se casa con una persona que se sabe que es portadora de albinismo.

b) *Cuál es la probabilidad de que su primer hijo sea albino?*

c) *Cuál es la probabilidad condicional de que su segundo hijo sea albino dado que el primero no lo es?*

Ejercicio 4. (Esquema de Pólya) *De un bolillero que contiene B bolillas blancas y R rojas se extraen sucesivamente y al azar n bolillas, devolviendo en cada instancia la bolilla extraída al bolillero junto con otras c bolillas del mismo color. Para cada k definimos los eventos*

$$R_k = \{\text{La } k\text{-ésima bolilla es roja}\}, \quad B_k = \{\text{La } k\text{-ésima bolilla es blanca}\}$$

a) *Probar que para todo k , $P(R_k) = \frac{R}{R+B}$. Sugerencia: Condicionar respecto de un evento adecuado que permita hacer inducción en k .*

b) *Probar que para todo $s < k$ se tiene*

$$P(R_s \cap R_k) = \frac{R(R+c)}{(R+B)(R+B+c)}, \quad P(R_s \cap B_k) = \frac{RB}{(R+B)(R+B+c)}$$

Sugerencia: Para $s = 1$ es fácil, luego hacer inducción en s .