Clase práctica 13 16/10/18 Proba (C)

Ejercicio 1. Sea X una variable aleatoria con función de densidad

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$$

Una variable aleatoria con esta densidad define una distribución **doble exponencial**.

a) Encontrar la función generadora de momentos de X.

b) Encontrar la función generadora de momentos de $Y = 3X - 2$.

c) Encontrar los primeros tres momentos de X.

Ejercicio 2. Probar usando la función generadora de momentos y usando la fórmula de convolución las siguientes propiedades:

a) Si $X \sim \mathcal{P}(\alpha), Y \sim \mathcal{P}(\beta)$ independientes, entonces $X + Y \sim \mathcal{P}(\alpha + \beta)$.

b) Si $X \sim \Gamma(\alpha, \lambda), Y \sim \Gamma(\beta, \lambda)$ independientes, entonces $X + Y \sim \Gamma(\alpha + \beta, \lambda)$.

c) Si $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ independientes, entonces $X + Y \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$.

Ejercicio 3. Sean $Z_1, ..., Z_n$ v.a. i.i.d. con distribución normal estándar, se define la distribución **Chi-cuadrado con n grados de libertad** como la distribución de la variable aleatoria $X = Z_1^2 + ... + Z_n^2$, y lo notamos $X \sim \chi_n^2$.

a) Encontrar la función generadora de momentos de X y hallar con ella su densidad f_X.

b) Alternativamente, calcular la distribución de Z^2 para $Z \sim N(0, 1)$ y usando el ejercicio anterior deducir la distribución de una Chi-cuadrado con n grados de libertad.