Probabilidad y Estadística (C).
Clase Práctica 8: Procesos de Poisson y variables aleatorias continuas.

1. El número de llamadas por minuto que llegan a una central telefónica sigue un proceso de Poisson. Se sabe que la probabilidad de que llegue al menos una llamada en un intervalo de un minuto de duración es $1 - e^{-2}$.

   a) Hallar la intensidad o parámetro del proceso de Poisson.

   b) Calcular la probabilidad de que lleguen a lo sumo 2 llamadas en un intervalo de 3 minutos.

   c) Calcular la probabilidad de que la primer llamada tarde menos de 10 segundos en llegar.

   d) Si dividimos un intervalo de 10 minutos en períodos consecutivos de un minuto, ¿cuál es la probabilidad de que en exactamente tres de estos períodos no llegue ninguna llamada?

2. Sea W una variable aleatoria con densidad:

$$f_W(w) = \begin{cases} 0 & w < 2 \\ \dfrac{2}{3} & 2 \leq w < c \\ \dfrac{1}{w^2} & w \geq c \end{cases}$$

   a) Hallar c.

   b) Calcular la función de distribución acumulada de W.

3. Fausto llega a la terminal de colectivos entre las 8 y las 8:30 de la mañana. La variable aleatoria continua X = "cantidad de minutos después de las 8 que pasan hasta que Fausto llega a la terminal" tiene función de densidad

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{225} & \text{si } 0 \leq x < 15 \\ \frac{2}{15} - \frac{x}{225} & \text{si } 15 \leq x \leq 30 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

   Los colectivos que podría tomar Fausto son tres: el colectivo 1 que sale a las 8:09, el colectivo 2 que sale a las 8:18 y el colectivo 3 de las 8:31.

   a) Hallar la función de probabilidad puntual de la variable aleatoria Y = "número de colectivo que toma Fausto".

   b) Decidir si son independientes los eventos $A = \{X < 15\}$ y $B = \{Y = 2\}$.

   c) Fausto decide que a partir de la próxima semana, los días en que llegue a tiempo al segundo colectivo, con probabilidad p lo dejará pasar para comprar un café y tomará el tercer colectivo. Si con ese cambio la probabilidad de tomar el tercer colectivo es 0,68, ¿cuánto vale p?

4. Sea $Y \sim Exp(\lambda)$.

   a) Hallar el valor de λ tal que $P(Y \leq 2) = 0{,}4$

   b) Hallar el valor de a que cumple $P(Y > a) = P(Y < a)$.

5. Un rulemán contiene 10 bolitas. Suponga que los diámetros de las bolitas (en milímetros) están dados por variables aleatorias independientes con distribución Exponencial de parámetro 0.85. ¿Cuál es la probabilidad de que el diámetro máximo de las bolitas en el rulemán sea mayor que 1.2 milímetros?